

Support de cours

Cours:

PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet)

Vidéo:

10 - Système de masse variable et référentiels accélérés

Concepts (extraits des sous-titres générés automatiquement) :

Systèmes de masse variable. Quantité de mouvement. Mouvement relatif. Terme supplémentaire. Bonne question. Somme des forces extérieures. Modèle du point matériel. Produit de la masse fois. Masse constante. Produit de la masse. Valeur absolue. Temps t . Dérivée temporelle. Position relative. Membre de droite de l'équation.



[vers la recherche de séquences vidéo](#)

(dans PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet).)



[vers la vidéo](#)

Center for Digital Education. Plus de matériel de soutien pédagogique ici :

<https://www.epfl.ch/education/educational-initiatives/cede/educational-technologies-gallery/boocs-en/>

Chapitre 10

Système de masse variable et référentiels accélérés



...

notes

résumé

0m 0s



10.1 Système de masse variable

- 10.1.1 Poussée d'une fusée
- 10.1.2 Condition de décollage et vitesse

10.2 Référentiels accélérés

- 10.2.1 Position relative
- 10.2.2 Vitesse relative
- 10.2.3 Accélération relative
- 10.2.4 Forces d'inertie

10.3 Mouvement relatif

- 10.3.1 Pendule dans un train accéléré
- 10.3.2 Poids apparent
- 10.3.3 Centrifugeuse
- 10.3.4 Pendule sur une porte tournante

Bonjour à toutes et à tous. Le grand jour est arrivé, vous allez aujourd'hui voir une fusée survoler l'auditoire. Non seulement vous allez le voir, mais vous allez surtout le comprendre. On va donc traiter, pour commencer, des systèmes de masse variable. Jusqu'à présent, on a toujours considéré le modèle du point matériel avec une masse constante. Aujourd'hui, on va la faire varier. Alors, si vous vous rappelez la structure générale de la deuxième loi de Newton, la somme des forces extérieures, c'est la dérivée de quoi ? C'est la dérivée temporelle de ? La quantité de mouvement, c'est le produit de la masse fois la vitesse. Quand on dérive la vitesse par rapport au temps, on a le produit de la masse fois l'accélération. Mais si on dérive aussi la masse par rapport au temps, on a un terme supplémentaire qui va être la dérivée temporelle de la masse fois la vitesse. Oui, mais ce terme-là, on ne le voit pas concrètement quand on regarde l'effet d'un objet qui décolle, une fusée qui décolle, par exemple un chariot qui se met en mouvement. Donc, ce terme-là qui apparaît dans le membre de droite de l'équation de la deuxième loi de Newton, il faut le placer dans le membre de gauche, évidemment en changeant le signe pour que l'opération soit justifiée du point de vue mathématique. Et alors, ça devient une cause supplémentaire pour le mouvement, ça devient une force qui s'ajoute aux forces extérieures, cette force qui permet à la fusée de décoller, cette force c'est la poussée. D'accord ? Donc on va discuter de tout ceci ensemble.

notes

résumé

0m 1s



- **Système de masse variable** : système ouvert dont la masse $m(t)$ est une fonction du temps t car son débit est non-nul :

(10.1)

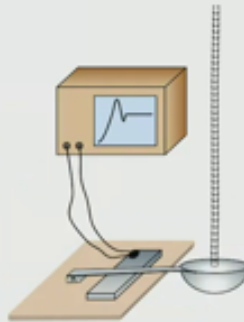
❶ Baignoire



❷ Chariot



❸ Chaînette



❹ Fusée



Dr. Sylvain Bréchet

10 - Système de masse variable et référentiels accélérés

4 / 47

notes

résumé

1m 39s



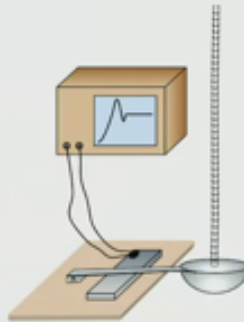
- **Système de masse variable** : système ouvert dont la masse $m(t)$ est une fonction du temps t car son débit est non-nul :

(10.1)

① Baignoire



② Chaînette



③ Fusée



④ Chariot



Dr. Sylvain Bréchet

10 - Système de masse variable et référentiels accélérés

4 / 47

est nul. Ce n'est pas vrai. C'est les mêmes maths qui décrivent la même physique. Simplement la relation de cause à effet a changé. Donc le terme que vous ne voyez plus comme effet, puisque vous êtes assis sur le plateau en rotation, vous le passez dans l'autre membre, comme pour la poussée, vous changez le signe et ça devient une force. une force qui sera évidemment orientée dans le sens opposé à l'accélération. Donc si l'accélération centripète est radialement orientée vers l'intérieur, la force centrifuge sera radialement orientée vers l'extérieur. Donc ça va être une étape très importante de pouvoir décrire de manière générale la dynamique dans un référentiel accéléré. Là où en général ce sera le plus compliqué, c'est quand il y a un mouvement de rotation d'un référentiel par rapport à l'autre. Mais ça se vérifie aussi pour un mouvement de translation accéléré, bien sûr. Et puis on verra différents exemples de mouvements relatifs. Je vous avais parlé d'une expérience qu'on peut faire, je crois que c'était lors du premier cours. Vous montez à bord d'une voiture, un taxi, et puis vous avez le chauffeur taxi qui a placé une petite gourmette au bout d'un fil qu'il a accroché au rétroviseur. Lorsque le chauffeur de taxi accélère, que se passe-t-il ? La gourmette s'incline vers vous. Donc il y a un état d'équilibre dans un référentiel accéléré. Et c'est ce qu'on va démontrer aujourd'hui. On va voir comment s'incline cette gourmette. On va remplacer le taxi par un train, un train qui accélère le long de voie rectiligne. On va également parler du poids apparent, une expérience que vous avez tous déjà faite. Si vous prenez un ascenseur, alors c'est d'autant plus remarquable si l'ascenseur a des déplacements importants et le fait rapidement, donc dans un gratte-ciel par exemple. Si vous prenez un ascenseur que l'ascenseur accélère vers le haut, vous avez l'impression de vous enfoncer dans

notes

résumé

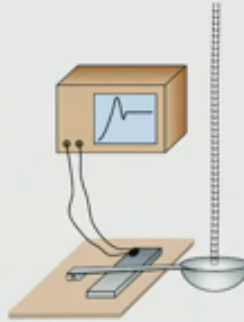
- **Système de masse variable** : système ouvert dont la masse $m(t)$ est une fonction du temps t car son débit est non-nul :

(10.1)

① Baignoire



② Chaînette



③ Fusée



④ Chariot



Dr. Sylvain Bréchet

10 - Système de masse variable et référentiels accélérés

4 / 47

le plancher. Vous avez l'impression d'être plus lourd que vous ne l'êtes vraiment. Vous avez l'impression que votre poids est supérieur à votre poids réel. Lorsque l'ascenseur descend, accélère vers le bas ou ralentit vers l'eau, ce qui revient au même, vous vous sentez plus léger que vous l'êtes vraiment. Ce n'est pas simplement une sensation, ce n'est pas simplement une croyance, c'est une réalité. Il s'agit de ce qu'on appelle le poids apparent, le poids mesuré dans le référentiel accéléré. Donc on va parler de ça. L'exemple de la centrifugeuse, on ne le prendra probablement pas puisque vous l'avez vu en exercice rendu. Et puis si l'on permet, on parlera du pendule sur une porte tournante.

notes

résumé

- Masse de la fusée :

$$(10.2)$$

où $dm < 0$ est la masse des gaz éjectés

- Quantité de mouvement : fusée et gaz

$$(10.3)$$

où u est la vitesse relative d'éjection des gaz

- Quantité de mouvement : 1^{er} ordre

$$(10.4)$$



Alors, commençons tout de suite par les systèmes de masse variable. Alors, les systèmes de masse variable, il y en a un très grand nombre. C'est des systèmes ouverts où la masse varie au cours du temps puisqu'il y a de la matière qui peut soit rentrer dans le système, soit en sortir. Ce qui veut dire que la masse devient une fonction du temps. Et ce qui est intéressant, c'est la manière dont la masse varie au cours du temps. C'est le débit de masse, la dérivée temporelle de la masse, qui est le rapport de la variation infinitésimale de la masse sur l'intervalle de temps infinitésimal. Et pour les systèmes de masse variable, évidemment, elle est nulle. Et donc, on peut en tirer la variation infinitésimale de masse durant un intervalle de temps infinitésimal, qui est le débit de masse multiplié par l'intervalle de temps. L'exemple le plus célèbre, c'est une baignoire. Le système, c'est l'eau qui se trouve dans la baignoire. Vous ouvrez le robinet, il y a de l'eau qui rentre dans la baignoire, la masse d'eau augmente au cours du temps, vous avez un débit positif. Ensuite, vous tirez le bouchon, l'eau s'écoule par le siphon, donc là, il y a un débit négatif. Le tout est de savoir s'il y a plus d'eau qui rentre que d'eau qui sort pour savoir si la masse augmente ou diminue au cours du temps. Un autre exemple qu'on peut prendre, par exemple, c'est la masse de cette chaînette dans le petit réceptacle qui est ici. D'accord ? Donc je peux prendre la chaînette, je lâche la chaînette, elle va tomber dans le réceptacle, puis on peut mesurer la masse au cours du temps. En fait, on peut même mesurer le poids apparent de la chaînette dans le réceptacle et on va voir cet après-midi, on va reprendre cet exemple, on verra que ce poids apparent est supérieur

notes

résumé

5m 49s



- Masse de la fusée :

$$(10.2)$$

où $dm < 0$ est la masse des gaz éjectés

- Quantité de mouvement : fusée et gaz

$$(10.3)$$

où u est la vitesse relative d'éjection des gaz

- Quantité de mouvement : 1^{er} ordre

$$(10.4)$$



au poids réel. En réalité, il est trois fois égal au poids réel. On verra d'où vient le facteur 2 lié à la poussée. Pour vous le dire rapidement, comme vous avez un mouvement de chute libre, vous allez avoir un mouvement où la coordonnée verticale va varier de manière quadratique avec le temps et c'est cette variation quadratique qui donne lieu au facteur 2 pour la poussée et au facteur 3 pour le poids à part. Un autre exemple que vous avez déjà vu, c'est celui du chariot. Y a-t-il quelqu'un qui veut faire un tour à bord du chariot ? Y a un volontaire ? Une volontaire ? Non ? Bon, si ça intéresse personne, vous connaissez la chanson, je vais faire un tour moi-même. Évidemment, la masse de CO₂ qui sort va provoquer un débit de masse. Ce débit de masse couplé à la vitesse d'éjection relative du CO₂ par rapport au référentiel de la bonbonne va générer une poussée qui permet au chariot de se déplacer. C'est pas mal, mais on peut certainement faire mieux. D'ailleurs, on va faire mieux, puisque nous, on va s'intéresser plutôt à la fusée. Une fusée qui décolle. Donc, vous avez ici la Space Shuttle qui décolle du Cap Canaveral. Lorsque la fusée décolle, oui, Alors, ce qu'on peut faire dans la baignoire, si on veut faire une description, par exemple, c'est la quantité de... Alors, ce serait plutôt une description mathématique que physique, pour la baignoire, pour y regarder la masse d'eau au cours du temps, en fonction de la masse qui rentre et la masse qui sort, par exemple. Ou alors on pourrait faire une autre étude où on met des sels de bain à l'intérieur de la baignoire et puis on fait couler de l'eau pure dans la baignoire et on regarde l'évolution de la concentration de sel au cours du temps. Si ça vous intéresse, ce

notes

résumé

- Masse de la fusée :

$$(10.2)$$

où $dm < 0$ est la masse des gaz éjectés

- Quantité de mouvement : fusée et gaz

$$(10.3)$$

où u est la vitesse relative d'éjection des gaz

- Quantité de mouvement : 1^{er} ordre

$$(10.4)$$



problème-là, il est traité dans mon livre de thermodynamique. Jetez un petit coup d'œil, c'est fait dans le chapitre 1. D'accord ? Voilà. Bon, alors, pour revenir sur le problème de la fusée qui décolle, Il y a des carburants qui sont éjectés à très haute vitesse. C'est plutôt des gaz d'éjection d'ailleurs qui résultent de la congestion d'oxygène et d'hydrogène avec un mélange étonnant et détonnant comme vous avez pu le voir la semaine passée.

notes

résumé

- Quantité de mouvement : (10.4)

$$p(t + dt) = p(t) + m(t) dv - dm u$$

- Variation infinitésimale : quantité de mvt

(10.5)

- Loi du mouvement : (10.5) dans (2.17)

(10.6)

- Loi du mouvement : (10.6) remise en forme

(10.7)

où $u = \text{cste.}$ 

Et c'est ce qu'on aimerait maintenant modéliser. Donc on va prendre un système qui est formé de la fusée et de son carburant. On regarde son évolution. Alors commençons par la masse de la fusée. La masse de la fusée au temps T plus dt on va pouvoir l'écrire en termes de la masse d'une fusée au temps t et puis d'une variation infinitésimale de la masse d'une fusée durant l'intervalle de temps infinitésimal dt . Alors évidemment que la fusée va perdre sa masse puisque les gaz sont éjectés, ce qui veut dire que dm est négatif, ça c'est important de bien le retenir. Alors maintenant on peut écrire la quantité de mouvement du système fusée plus gaz au temps t plus dt . Alors ça va être quoi ? Ça va être la quantité de mouvement liée à la fusée, donc sa masse au temps t plus dt , qui est sa masse au temps t plus la variation infinitésimale de masse, qu'on va multiplier par la vitesse de la fusée au temps t plus dt , qui est la vitesse au temps T , plus la variation infinitésimale de vitesse entre le temps T et le temps T plus DT . Et puis on doit encore tenir compte de la quantité de mouvement des gaz qui sont éjectés, pour le système, entre le temps T et le temps T plus DT . Alors là, il faut juste faire attention au signe. DM est négatif, la fusée perd de la masse. Cette masse, c'est la masse des gaz éjectés. Donc si on veut la quantité de mouvement des gaz éjectés entre T et T plus DT , ça va être moins DM qui multiplie quoi ? La vitesse de la fusée autant T . plus la vitesse relative d'éjection des gaz par rapport à la fusée. Comme tout à l'heure, le CO_2 qui est sorti assez rapidement de la bonbonne, on peut déterminer sa vitesse d'éjection par

notes

résumé

9m 44s



- Quantité de mouvement : (10.4)

$$p(t + dt) = p(t) + m(t) dv - dm u$$

- Variation infinitésimale : quantité de mvt

(10.5)

- Loi du mouvement : (10.5) dans (2.17)

(10.6)

- Loi du mouvement : (10.6) remise en forme

(10.7)

où $u = \text{cste.}$ 

rapport à la bonbonne. C'est la même chose ici. On ajoute cette vitesse d'éjection U et cette vitesse d'éjection, elle est évidemment orientée vers le bas. D'accord ? Bon, alors maintenant, Si on regarde les termes qui apparaissent ici, on voit tout de suite que le terme en dmv se simplifie avec le terme en moins dmv . On peut remettre un petit peu de l'ordre au niveau algébrique et écrire que la quantité de mouvement autant t plus dt , c'est le produit de la masse autant t fois la vitesse de la fusée autant t , qui est sa quantité de mouvement p de t , plus le produit de la masse autant t fois la variation infinitésimale de la vitesse, On va se retrouver, je vous passerai tout de suite la parole, on va se retrouver avec un terme supplémentaire qui est le produit de dm fois dv , et on a encore un dernier terme qui est un moins dm fois u . Alors là, il faut faire attention à une chose, c'est que les termes qui sont des termes infinitésimaux, qui apparaissent avec un dv , sont infiniment petits. Maintenant, un dv au carré, il est carrément négligeable. Pour parler le langage que vous aimez, celui des mathématiques, les termes infinitésimaux relèvent des epsilon. Les termes infinitésimaux au carré relèvent d'epsilon au carré, ils sont complètement négligeables. Donc le terme qui est ici ne joue aucun rôle au premier ordre. Vous avez une question ? Alors, c'est une très bonne question. Si on avait regardé une variation quelconque, effectivement, on aurait dû tenir compte de la minorité. Là, comme on le fait dans la limite infinitésimale, c'est linéaire par construction, parce que la différence apparaîtrait en fait ici, ces termes quadratiques qui tendent vers zéro. Donc, si on avait pris une variation de masse quelconque, une variation de vitesse quelconque, ce terme quadratique n'aurait pas forcément été petit. D'accord ? Donc c'est

notes

résumé

- Quantité de mouvement : (10.4)

$$p(t + dt) = p(t) + m(t) dv - dm u$$

- Variation infinitésimale : quantité de mvt

(10.5)

- Loi du mouvement : (10.5) dans (2.17)

(10.6)

- Loi du mouvement : (10.6) remise en forme

(10.7)

où $u = \text{cste.}$ 

pour ça qu'on regarde toujours ce qui se passe dans la limite infinitésimale, c'est là qu'on est capable de faire des développements limités. D'accord ?

notes

résumé

- Loi du mouvement :

$$\sum \mathbf{F}^{\text{ext}} + \dot{m} \mathbf{u} = m \mathbf{a} \quad (10.7)$$

- Poussée : force orientée vers le haut

$$\dot{m} \mathbf{u} \quad \text{où} \quad \dot{m} < 0$$

La poussée est orientée vers le haut dans le sens du mouvement car la vitesse relative $\mathbf{u}$ des gaz est orientée vers le bas.

- Loi du mouvement : sans frottement

$$m \mathbf{g} + \dot{m} \mathbf{u} = \quad (10.8)$$

où la seule force extérieure est le poids $m \mathbf{g}$.



Donc, maintenant, on a donc obtenu l'évolution de la quantité de mouvement. On a la quantité de mouvement au temps t plus dt qu'on écrit en termes de la quantité de mouvement au temps t . Ce qu'on veut faire apparaître, c'est la variation infinitésimale de la quantité de mouvement. C'est elle qui apparaît dans la deuxième loi de Newton. Alors justement, cette variation infinitésimale de quantité de mouvement, c'est la quantité de mouvement au temps t plus dt moins la quantité de mouvement au temps t . Bon, alors on regarde l'équation du dessus et on voit que c'est la masse au temps t fois la variation infinitésimale de la vitesse moins la variation infinitésimale de la masse d'une fusée entre le temps t et le temps t plus dt fois la vitesse d'éjection. Maintenant c'est gagné puisque on va écrire la loi du mouvement, la somme des forces extérieures dans le cas général, c'est la dérivée temporelle de la quantité de mouvement, soit le rapport de la variation infinitésimale de la quantité de mouvement dt sur l'intervalle de temps infinitésimale dt . Donc dp , on l'a obtenu ici, on va diviser par dt . D'accord ? On aura donc un premier terme, qu'on connaît bien, qui est le produit de la masse fois la dérivée temporelle de la vitesse, qui est évidemment l'accélération. D'accord ? Et puis on a un deuxième terme qu'on connaît moins, qui est le débit de masse, la dérivée temporelle de la masse multipliée par la vitesse d'éjection. Et c'est là qu'on est face au dilemme dont je vous parlais tout à l'heure, Ce qu'on voit, nous, c'est une fusée qui décolle par rapport au référentiel dans lequel on se trouve. Donc là, il ne faut pas faire des maths mais de la physique. Qu'est-ce qu'on voit ? On voit la fusée décoller. Donc, dans le monde de droite, l'effet, c'est le produit de la masse fois l'accélération.

notes

résumé

13m 30s



- Loi du mouvement :

$$\sum \mathbf{F}^{\text{ext}} + \dot{m} \mathbf{u} = m \mathbf{a} \quad (10.7)$$

- Poussée : force orientée vers le haut

$$\dot{m} \mathbf{u} \quad \text{où} \quad \dot{m} < 0$$

La poussée est orientée vers le haut dans le sens du mouvement car la vitesse relative $\mathbf{u}$ des gaz est orientée vers le bas.

- Loi du mouvement : sans frottement

$$m \mathbf{g} + \dot{m} \mathbf{u} = \quad (10.8)$$

où la seule force extérieure est le poids $m \mathbf{g}$.



Ce qui veut dire que le terme qui est ici n'a rien à faire à droite, il doit se trouver à gauche. Oui mais attention, si on le passe dans le membre de gauche, il faut le multiplier par moins un, d'accord ? Et donc la loi du mouvement, il faut la remettre en forme, c'est une tautologie mathématique mais qui est lourde de signification physique. La somme des forces extérieures plus un terme additionnel qui est donc une force, mais ce n'est pas une force extérieure, c'est une autre force, qui est le produit de la dérivée temporelle de masse, la dérivée de masse, multipliée par la vitesse relative d'éjection, c'est le produit de la masse fois l'accélération. Alors, on sait que $\dot{M}$ point est négatif. La fusée perd de la masse. Ça c'est pour le cas de la fusée. Il y a d'autres systèmes pour lesquels la masse peut augmenter au cours du temps, par exemple la chaînette qui tombe dans le réceptacle. Mais dans le problème de la fusée, $\dot{M}$ point est négatif. D'accord ? Donc maintenant, si on multiplie $\dot{M}$ point par $\mathbf{U}$, que $\mathbf{U}$ est orienté vers le bas, c'est la vitesse relative d'éjection des gaz par rapport au référentiel de la fusée, à ce moment-là, le produit de $\dot{M}$ point fois $\mathbf{U}$ va nous donner un vecteur qui est orienté vers le haut. D'accord ? Donc, cette force-là, c'est la poussée, la poussée qui va permettre à la fusée de décoller. Quand la fusée est sur la rampe de lancement, avant qu'elle décolle, elle est soumise à deux forces, son poids qui est orienté vers le bas, la force de réaction normale qui est orientée vers le haut. Au moment où elle décolle, la force de réaction normale devient nulle. Et à ce moment-là, si on néglige les frottements, la seule force qui va intervenir, la seule force extérieure, c'est le poids, qui est

notes

résumé

- Loi du mouvement :

$$\sum \mathbf{F}^{\text{ext}} + \dot{m} \mathbf{u} = m \mathbf{a} \quad (10.7)$$

- Poussée : force orientée vers le haut

$$\dot{m} \mathbf{u} \quad \text{où} \quad \dot{m} < 0$$

La poussée est orientée vers le haut dans le sens du mouvement car la vitesse relative $\mathbf{u}$ des gaz est orientée vers le bas.

- Loi du mouvement : sans frottement

$$m \mathbf{g} + \dot{m} \mathbf{u} = \quad (10.8)$$

où la seule force extérieure est le poids $m \mathbf{g}$.



la masse d'un fusée, fois le champ gravitationnel. Il y aura cette force supplémentaire qui est la poussée, qui est le produit donc du début

notes

résumé

- Loi du mouvement :

$$m g + \dot{m} u = m a \quad (10.8)$$

- Champ gravitationnel :

- Vitesse relative :

$$(10.9)$$

- Accélération :

- Equation du mouvement :

$$\text{selon } \hat{z} : \quad (10.10)$$



de masse fois la vitesse d'éjection relative des gaz, qui va être égale au produit de la masse fois l'accélération. Donc voilà notre loi du mouvement. D'accord ?

notes

résumé

17m 13s



- Equation du mouvement :

$$\text{selon } \hat{z} : -mg - \dot{m}u = m\ddot{z} \quad (10.10)$$

- Condition de décollage : à $t = 0$

$$(10.11)$$

- Condition de décollage : poussée et poids

$$(10.12)$$

Il faut que la poussée initiale $\dot{m}(0)u$ soit supérieure en norme au poids initial $m(0)g$ pour que la fusée décolle.



Alors maintenant, Pour y voir plus clair, on va projeter cette loi du mouvement sur l'axe vertical puisque la fusée, on va la faire décoller verticalement, même si ce ne sera pas le cas tout à l'heure. Il faudra prendre l'axe du mouvement initial de la fusée, mais là, c'est vertical. Donc le champ gravitationnel G , on va l'écrire comme moins G fois Z chapeau. Z chapeau est orienté vers le haut. La vitesse relative qui est orientée vers le bas a une norme qui est U scalaire, donc c'est moins U . x z chapeau, pour simplifier les choses, on suppose qu'elle est constante, ça, ça relève aussi du modèle particulier qu'on a choisi. On pourrait avoir un u qui n'est pas constant, mais pour simplifier les choses, on va prendre un u constant, sinon c'est plus compliqué. Ensuite, l'accélération sera de la forme z point point x z chapeau. Donc on va prendre ces trois grandeurs vectorielles qu'on substitue dans la loi du mouvement et on projette selon l'axe vertical. qui est orienté vers l'eau. Donc pour le poids, on a un résultat négatif, c'est moins mg . Pour la poussée, ça va être moins m point fois u . Attention, m point est négatif, c'est un moins m point, donc moins m point est positif, u c'est la norme de la vitesse d'éjection, donc ça donne bien une contribution positive vers l'eau, c'est un deuxième terme. Donc ceci est égal au produit de la masse fois l'accélération. Pour que la fusée décolle, c'est très simple, il faut que l'accélération soit positive. D'accord ? Donc, intuitivement, il va falloir que la poussée arrive à l'emporter sur le poids, d'accord ? Pour qu'elle puisse générer une accélération positive vers l'autre. D'accord ?

notes

résumé

17m 23s





Donc la condition décollage, c'est que z point point autant t égale zéro est positive. Bon, alors si on reprend l'équation du mouvement, On va alors pouvoir comparer la poussée, qu'on va écrire comme ceci avec une valeur absolue, parce que m point négatif, c'est m point autant t égale zéro fois u , en valeur absolue. Ceci, c'est en réalité l'opposé de m point de zéro fois u , étant donné que m point est négatif. Et ça, ça doit être supérieur, je vous passerai la parole, au produit de... par le champ gravitationnel. Oui ? Alors, M -point est négatif, puisque la fusée perd de la masse au cours du temps. Donc la dérivée temporelle de la masse d'un fusée est négative. Vous avez un signe moins devant. Donc, moins fois moins, ça fait plus, ça c'est positif. Et U , le U scalaire, c'est la norme de la vitesse relative d'éjection. D'accord ? Donc elle est positive par construction. Donc, signe inclus, ce terme-là va être globalement positif. Le poids donne une contribution négative. Donc pour que z' soit positif, il faut que ce terme-là, signé inclus, l'emporte sur celui-ci, ce qu'on a écrit avec des valeurs absolues pour que ce soit plus clair. D'accord ? Alors c'est bien beau de faire de la théorie. La théorie, il faut l'essayer. Il faut faire une expérimentation pratique pour voir si ça fonctionne réellement. Et c'est ce qu'on va faire maintenant. Alors j'aurai besoin de l'un ou de l'une d'entre vous qui a l'habitude de venir sur le campus, venez Nolan, d'accord, à vélo. Et donc vous allez pouvoir mettre à contribution la force de vos muscles, voilà. Vous avez ici une première fusée qui ressemble un petit peu à la fusée d'objectif lune de Tintin, d'accord ? Et ce que je vous demanderai de faire, c'est en fait de mettre l'air sous pression à l'intérieur de la tuyère. Vous avez ici une

notes

résumé

19m 3s





pompe, vous avez une graduation, vous appuyez bien fort, plusieurs fois, jusqu'à ce que vous atteigniez la graduation, allez-y. Je vais vous stabiliser. Voilà, encore un petit effort. C'est parti. Parfait. Parfait. Donc maintenant, Nolan, ce que vous allez faire, vous appuierez ici sur le taquet, d'accord ? Comme l'air est sous pression, d'accord ? La différence de pression entre l'air à l'intérieur et l'air à l'extérieur, rappelez-vous l'expérience de la canette de coca avec la petite balle de ping-pong, d'accord ? Va éjecter l'air. Donc on aura une vitesse relative d'éjection qui est proportionnelle à la pression de l'air à l'intérieur, d'accord ? Puis on a un débit de masse, un débit de masse d'air. Donc à trois, vous allez appuyer sur le clapet. Un. 1, 2, 3. Vous êtes déçus Nolan ? Vous êtes déçus, je vous comprends. Je laisserai aussi à votre place, d'accord ? Alors, qu'est-ce qui n'a pas marché dans l'expérience ? Clairement, c'est pas votre souci à vous parce que vous avez bien pompé, d'accord ? Vous êtes arrivé à une pression qui est aussi élevée qu'on puisse le faire. Donc, votre travail était bien fait. Le mauvais choix, c'était le mien. puisqu'on a pris de l'air. Et l'air est très léger. Ce qui veut dire que le débit de masse lié à l'air va être petit. Et donc la poussée aussi. D'accord ? Ça c'est la première version, c'est le V1. On va donc maintenant passer au V2. D'accord ? Et pour le V2, on va remplacer l'air par de l'eau. Alors... J'ai pas le petit entonnoir, mais on va s'en sortir comme ça. Voilà, il y a une petite marque. Attendez. Normalement, il y a toujours un entonnoir pour... Ah oui, il est dessous, l'entonnoir. Le voilà. Alors, on va en mettre un petit peu plus. Légèrement plus. Voilà. Alors maintenant, il y a deux possibilités. Soit la fusée, on peut l'envoyer

notes

résumé

.....

.....

.....

.....



le long de la scène et aller toucher l'écran qui est en face. soit on peut faire quelque chose de plus fun, on l'envoie sur l'auditoire. Qu'est-ce que vous préférez ? Bien sûr. Alors, faites attention, on va réorienter la rampe de lancement. Et donc, si vous êtes sur la trajectoire, s'il vous plaît, si vous avez des appareils électroniques, protégez-les. Mettez-les peut-être dans un sac ou mettez quelque chose de plastique dessus pour éviter qu'ils soient abîmés. par l'eau qui peut éventuellement s'échapper, qui va s'échapper de la fusée. Alors, Nolan, à vous de jouer. Vous me répétez votre exploit. Voilà, vous allez pomper jusqu'au trait. Voilà, alors maintenant, c'est tout bon. Alors maintenant, quand je vous dirai « launch », vous allez tout de suite comprendre, vous appuierez sur le clapet. Vous êtes prêts ? Cap Canaveral, ready for countdown. Ten, nine, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 1, 3, 2. 3, 2, 1, launch. Allez-y. Vous me la renvoyez, Luc ? Magnifique. Alors, on peut féliciter Nolan ? Nolan, vous voulez la refaire ? On répète l'expérience ? Alors, on va encore décaler un tout petit peu la fusée. Est-ce que je peux juste demander à un ami de filmer ? Oui, bien sûr. Alors, je vais vous montrer ce qu'on peut faire tout à l'heure si on arrive à avoir une pression encore plus élevée, puisque la pression va déterminer la vitesse d'éjection. Mentionnant juste au passage que la masse volumique de l'eau est à peu près mille fois supérieure à celle de l'air, d'où évidemment une poussée beaucoup plus grande. Alors maintenant on va se décaler un tout petit peu plus à droite, d'accord ? Elle l'avait touché le plafond ou pas ? Non, non. Non ? Ouais, alors on va y aller. Vous allez pomper encore un tout petit peu plus. Allez-y. Allez, pour la science. C'est bon, c'est bon, c'est bon. Parce qu'après,

[illegible]

résumé



ça va toucher le plafond. Voilà, alors, vous êtes prêts au fond, là ? Il y a Nolan qui va vous l'envoyer dans les mains. Allez-y. Un, deux, trois, c'est parti. Pas mal. Merci.

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

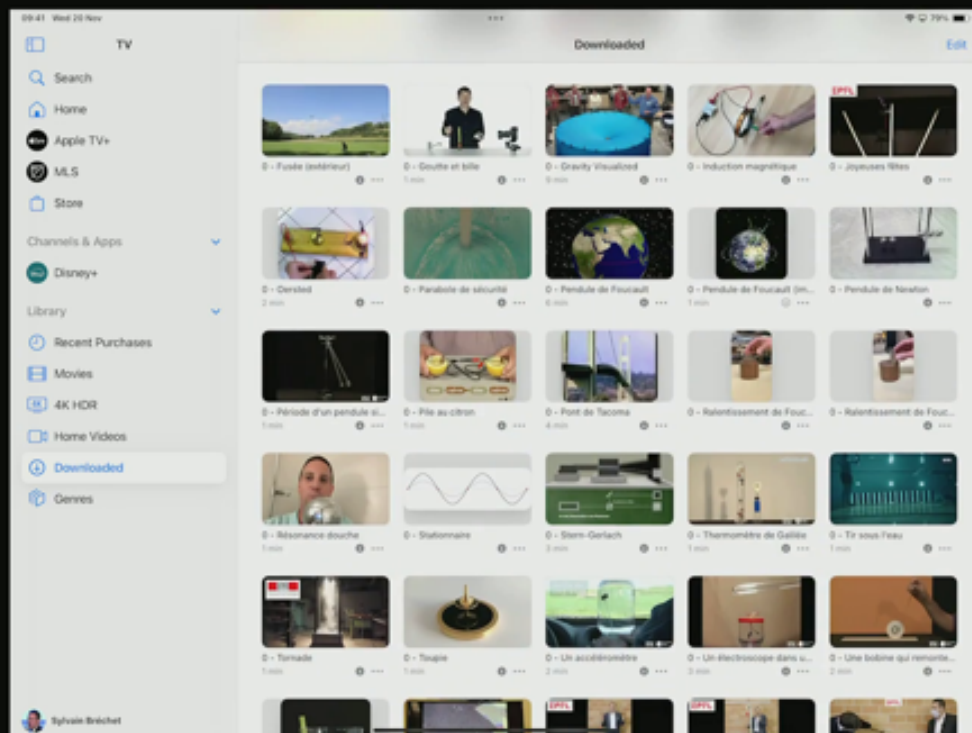
résumé

.....

.....

.....

.....



Voilà, merci beaucoup, Lola Han. J'aimerais vous montrer une chose. Ah, je me suis rendu compte, attendez, voilà, qu'en termes de luminosité, c'est mieux quand même en mode projection. Voilà. J'aimerais vous montrer le décollage de la fusée au ralenti.

notes

résumé

26m 24s





Donc, sauf erreur, c'est sur la vidéo 172. Alors, la voici. Ah non, ça c'est la propulsion à air, c'est pas celle qu'on veut.

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

résumé

26m 41s



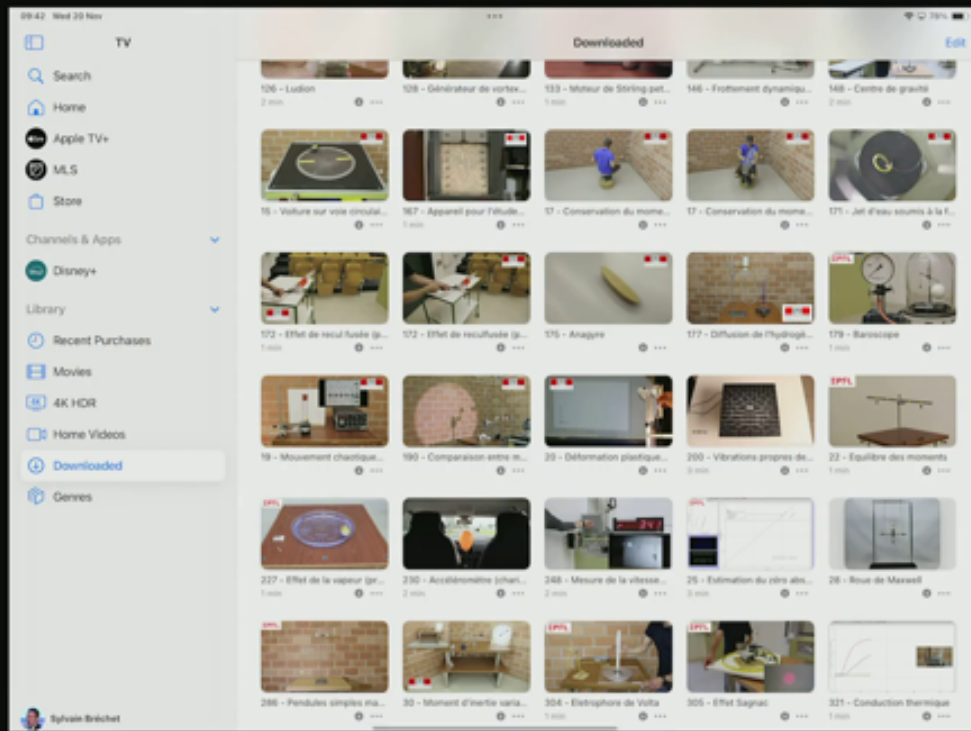
.....

.....

.....

.....

.....



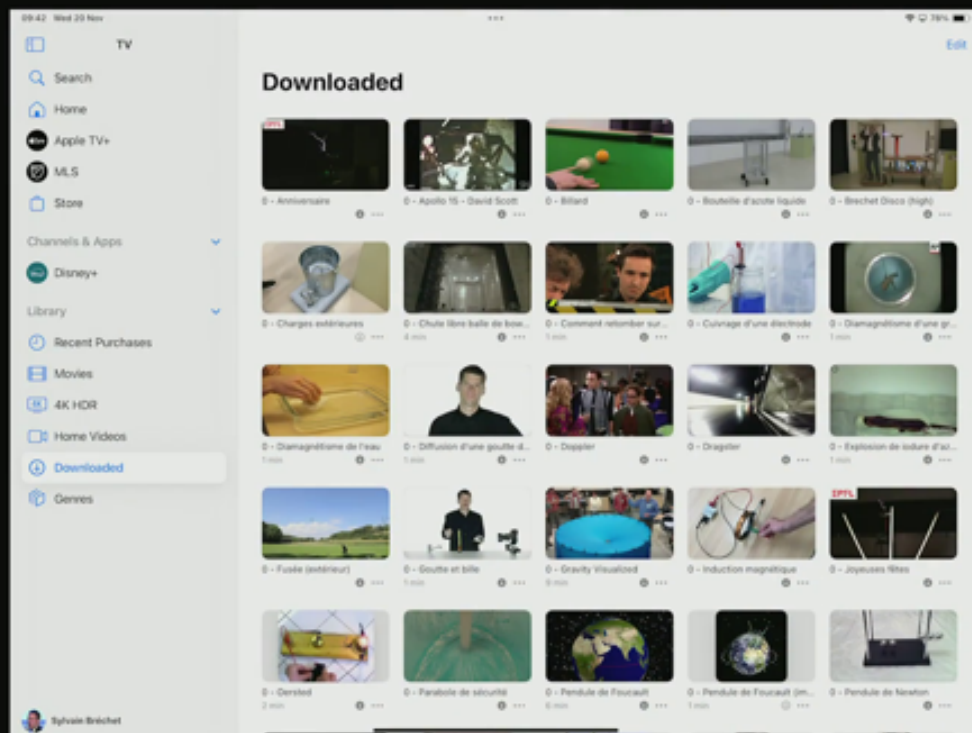
Voilà, la propulsion à eau. Bon, vous avez vu l'expérience. Quand c'est optimisé, c'est évidemment efficace. Et maintenant, vous allez pouvoir visualiser le ralenti. Regardez ça avec une caméra ultra rapide. Vous voyez le décollage de la fusée, c'est assez joli à visualiser. Comme on a des beaux outils, je me permets de vous montrer ce que ça peut donner.

notes

résumé

26m 56s





Évidemment, la poussée est orientée le long du jet d'eau. Pardon. La poussée est orientée le long du jet d'eau dans le sens opposé. C'est ça qui permet à la fusée de décoller.

notes

résumé

27m 36s



- Equation du mouvement :

$$\text{selon } \hat{z} : -mg - \dot{m}u = m\ddot{z} \quad (10.10)$$

- Condition de décollage : à $t = 0$

$$\ddot{z}(0) > 0 \quad (10.11)$$

- Condition de décollage : poussée et poids

$$|\dot{m}(0)u| = -\dot{m}(0)u > m(0)g \quad (10.12)$$

Il faut que la poussée initiale $\dot{m}(0)u$ soit supérieure en norme au poids initial $m(0)g$ pour que la fusée décolle.



Alors, si vous avez un vélo de course avec une pompe de vélo, vous pouvez faire la chose suivante qui a été faite par le préparateur de cours. Après une soirée bien arrosée, vous prenez un reste de bouteilles de coca, vous allez en construire une fusée. La pression est importante. Si vous le faites avec une pompe à vélo, vous atteignez 9 bars au lieu d'être à 2 bars. Regardez pour le cadrage, ça peut être assez impressionnant ce qu'on arrive à faire avec des méthodes aussi rudimentaires.

notes

résumé

27m 48s





célérités

11 / 47

10.1.2 Condition de décollage et vitesse

• Vitesse :

$$v_z(t) = -gt - u \ln \left(\frac{m(t)}{m(0)} \right) \quad (10.16)$$

• Débit de masse négatif : (10.17)

• Condition d'ascension : (10.18)

• Temps d'ascension : temps t_m

(10.19)

Pour déterminer le temps d'ascension t_m , il faut connaître explicitement la fonction $m(t)$.

Dr. Sylvain Bréchet

10 - Système de masse variable et référentiels

Voilà. Alors maintenant qu'on s'est amusé, on va déterminer l'équation d'évolution de la coordonnée verticale de la vitesse. Donc on repart de l'équation du mouvement et on écrit que l'accélération, c'est-à-dire la masse autanée, multipliée par la dérivée temporelle de la coordonnée verticale de la vitesse, c'est l'opposé du poids, c'est-à-dire la masse autanée fois g , moins le débit de masse qui est la dérivée temporelle de la masse au temps t multipliée par la vitesse d'éjection, la norme de la vitesse d'éjection. Nous ce qu'on veut évidemment c'est z point comme fonction du temps. Alors ce qu'on va faire c'est qu'on va diviser l'équation que vous avez sous les yeux par la masse et on la multiplie par dt et ensuite on l'intègre. Donc la différentielle de la coordonnée verticale de la vitesse va alors pouvoir s'écrire comme moins g fois dt avec un terme supplémentaire dû à la poussée qui est moins u fois dm de t sur m de t . D'accord ? Et c'est ce qu'on aimerait maintenant intégrer. Donc on va intégrer d'un départ arrêté, donc d'une coordonnée verticale de la vitesse qui initialement nulle, oui, La masse au temps zéro, c'est la masse initiale. Et vous avez raison de penser qu'il y a de la modélisation derrière, puisque, vous allez voir, on va trouver le temps d'ascension. Enfin, on ne va pas pouvoir le déterminer explicitement, parce que ce qui va nous manquer, c'est justement la fonction qui décrit l'évolution temporelle de la masse de la fusée, qui va dépendre de l'ingénierie de la fusée, de la manière dont elle a été conçue pour décoller. D'accord ? Donc, je vous donnerai le cas général. Ensuite, si vous prenez un modèle particulier, vous pouvez avoir un modèle qui va déterminer l'évolution temporelle de la masse de la fusée. un temps d'ascension qui va dépendre de ce modèle. Mais pour l'instant, intégrant donc notre équation, on a

notes

résumé

28m 15s





10.1.2 Condition de décollage et vitesse

• Vitesse :

$$v_z(t) = -gt - u \ln \left(\frac{m(t)}{m(0)} \right) \quad (10.16)$$

• Débit de masse négatif : (10.17)

• Condition d'ascension : (10.18)

• Temps d'ascension : temps t_m

(10.19)

Pour déterminer le temps d'ascension t_m , il faut connaître explicitement la fonction $m(t)$.

des z-points de t' qu'on va intégrer de zéro jusqu'à la valeur au temps t qui est la coordonnée verticale de la vitesse au temps t. Dans le membre de droite, on aura moins g qui est une constante et ce qu'on va intégrer c'est des t' au cours du temps de zéro à t. Et puis on a le dernier terme qui est un moins u fois l'intégrale de dm de t prime sur m de t prime. Et là, effectivement, ce qu'on va intégrer, c'est justement la masse. D'accord ? Du temps initial, on a la masse initiale m de zéro. Au temps t, on a la masse m de t. D'accord ? Sachant que la fusée perd de la masse au cours du temps, ce qui veut dire que la borne supérieure va être inférieure à la borne inférieure. OK ? Donc maintenant, si on résout formellement l'intégrale, On a dans le membre de gauche VZ de T, dans le membre de droite un terme très connu qui est "-GT", qui est le terme qu'on a pour un mouvement balistique, d'accord ? Vertical. Maintenant il y a une poussée en plus, donc il y a un terme de plus, qui va être proportionnel à "-U". Et comme on a intégré une fraction qui est le rapport de la variation infinitésimale d'une fonction du temps sur la fonction du temps, qui est la masse, on trouve donc le logarithme naturel du rapport de la fonction évaluée à la bande supérieure, m de t, sur la fonction évaluée à la bande inférieure, m de 0. Et alors là, il faut encore faire attention aux signes.

notes

résumé

10.2 Référentiels accélérés

10.2.1 Position relative

10.2.2 Vitesse relative

10.2.3 Accélération relative

10.2.4 Forces d'inertie

puisque on sait que le débit de masse est négatif pour la fusée, ce qui veut dire que la masse authentée va forcément être plus petite ou égale à la masse authentée égale à 0. Et donc, il s'ensuit que le logarithme naturel du rapport C'est le logarithme naturel d'un nombre qui est inférieur à 1, ce qui donne un résultat négatif pour le log. Ceci est plus petit ou égal à 0. Évidemment, c'est égal à 0 au temps initial où t vaut 0, vous avez le log de 1. Maintenant, quelle est la condition d'ascension ? Pour que la fusée monte, il faut que la composante verticale de la vitesse de la fusée soit plus grande, voire égale à zéro quand elle arrive au sommet. D'accord ? Donc la condition d'ascension, c'est que V_z de t soit plus grand ou égal à zéro. V_z de t , il est là. Donc, ce qui est vrai pour le membre de gauche, l'est aussi pour le membre de droite. En remettant les choses en forme, on arrive alors à la conclusion que Le temps d'ascension t est évidemment supérieur ou égal à zéro et il est borné supérieurement par moins u sur g qui multiplie le logarithme naturel de m de t sur m de zéro. Ça, c'est le temps d'ascension. Au moment où v_z de t est nul, cette inégalité large que vous avez ici est saturée, elle devient une égalité, ce qui permet d'écrire que le temps d'ascension t_m de la fusée va être égal à $-u$ sur g qui multiplie log naturel de la masse évaluée au temps T_m divisé par la masse initiale. D'accord ? Alors on ne peut pas trouver T_m explicitement. de cette équation générale. Ce qu'il faut là, c'est un modèle. Il faut savoir comment la fusée va perdre son carburant. Vous pouvez par exemple essayer de le faire avec un modèle exponentiel ou

notes

résumé

31m 50s



10.2 Référentiels accélérés

10.2.1 Position relative

10.2.2 Vitesse relative

10.2.3 Accélération relative

10.2.4 Forces d'inertie

avec une loi de puissance, d'accord ? Vous pouvez voir ce que ça peut donner. Le temps d'extension dépendra donc du modèle, dépendra de la manière dont la fusée a été construite, d'accord ? Voilà, c'est tout pour les systèmes de masse variable. Passons maintenant à ce qu'il y a de plus intéressant, de plus délicat et de plus difficile. le mouvement relatif, le mouvement par rapport à un référentiel accéléré. On va déterminer la position relative, on va déterminer la vitesse relative et je vais vous donner un scoop. La dérivée temporelle de la position relative, ce n'est pas la vitesse relative. La dérivée temporelle, la vitesse relative, ce n'est pas l'accélération relative. C'est plus compliqué que ça.

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

résumé

.....

.....

.....

.....

❶ **Référentiel d'inertie** : référentiel où le principe d'inertie est vérifié : en absence de force extérieure résultante, le mouvement d'un point matériel est un mouvement rectiligne uniforme. Les référentiels d'inertie se déplacent à vitesse constante les uns par rapport aux autres. Donc l'accélération d'un point matériel est la même dans tous ces référentiels.

- **Loi du mouvement** : la 2^e loi de Newton est la même dans tous les référentiels d'inertie. La cause du mouvement est la résultante des forces extérieures.

❷ **Référentiel accéléré** : référentiel où le principe d'inertie n'est pas vérifié : en absence de force extérieure résultante, le mouvement d'un point matériel n'est pas un mouvement rectiligne uniforme en raison de forces d'inertie. Ces forces sont les causes de l'accélération non-nulle d'un référentiel accéléré par rapport à un référentiel d'inertie quelconque.

- **Loi du mouvement** : la 2^e loi de Newton reste mathématiquement la même dans un référentiel accéléré que dans un référentiel d'inertie, mais son interprétation change. Certains termes de l'accélération de l'objet ne sont plus perceptibles dans un référentiel accéléré ce qui va se traduire par la présence de forces supplémentaires qu'on appelle des forces d'inertie.

Alors on va voir comment et pourquoi, et surtout on va pouvoir le visualiser grâce à une magnifique app que j'ai fait réaliser à Austin il y a de ça deux ans.

notes

résumé

34m 37s



➊ **Référentiel absolu** : référentiel d'inertie

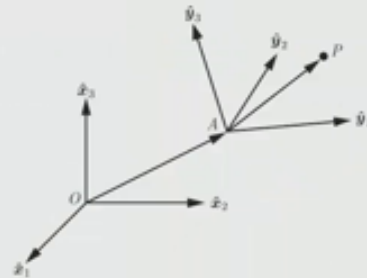
Le repère absolu $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3)$ d'origine O est immobile par rapport au référentiel absolu.

➋ **Référentiel relatif** : référentiel accéléré

Le repère relatif $(\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3)$ d'origine A est immobile par rapport au référentiel relatif.

➌ **Mouvement absolu** : mouvement du point matériel P par rapport au référentiel d'inertie.

➍ **Mouvement relatif** : mouvement du point matériel P par rapport au référentiel accéléré.



Alors, revenons aux bases. On a jusqu'à présent décrit le mouvement par rapport à un référentiel d'inertie. Comment est-ce qu'on a défini un référentiel d'inertie ? C'est tout référentiel par rapport auquel, en absence de force extérieure, le mouvement de l'objet, son mouvement naturel, est un mouvement rectiligne uniforme. D'accord ? Alors, si on prend un référentiel d'inertie, qu'on prend tout autre référentiel d'inertie, ce qu'on a vu au chapitre 2, c'est que les référentiels d'inertie sont liés les uns aux autres par quoi ? Par un déplacement à vitesse constante. Pourquoi ? Parce que l'accélération sera la même, puisque c'est la dérivée de la vitesse, si vous ajoutez une constante, la dérivée temporelle, la constante est nulle, donc l'accélération est la même dans tous les référentiels d'inertie, ce qui veut dire qu'on peut appliquer la deuxième loi de Newton. La deuxième loi de Newton sera la même dans tous les référentiels d'inertie. C'est ce qu'on a fait jusqu'à présent. Seulement maintenant, si vous prenez un référentiel qui n'est plus un référentiel d'inertie, les choses se compliquent. Parce que l'accélération ne sera plus la même. Oui, mais si l'accélération n'est plus la même, ça veut dire que le mouvement d'un corps en absence de force extérieure dans un référentiel accéléré n'est pas forcément un mouvement rectiligne, ce que vous avez d'ailleurs vu avec le feutre sur le plateau en rotation. La trajectoire n'était pas une trajectoire rectiligne. On va le voir tout à l'heure avec un exemple qui sera très probant. Et donc, si les accélérations changent d'un référentiel à un autre, Ça veut dire qu'il y a des termes d'accélération qui apparaissent dans le membre de droite de la deuxième loi de Newton qui n'y sont plus, et donc il faudra prendre ces termes, multiplier par la masse, les passer dans le membre de gauche, changer leur signe, et les réinterpréter physiquement comme des forces qui donnent lieu à

notes

résumé

34m 46s



➊ **Référentiel absolu** : référentiel d'inertie

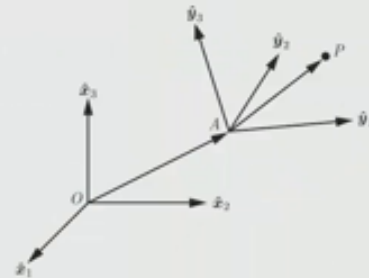
Le repère absolu $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3)$ d'origine O est immobile par rapport au référentiel absolu.

➋ **Référentiel relatif** : référentiel accéléré

Le repère relatif $(\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3)$ d'origine A est immobile par rapport au référentiel relatif.

➌ **Mouvement absolu** : mouvement du point matériel P par rapport au référentiel d'inertie.

➍ **Mouvement relatif** : mouvement du point matériel P par rapport au référentiel accéléré.



un mouvement donné. Donc si vous voulez, mathématiquement, ce qu'on va écrire, c'est une tautologie, mais du point de vue de l'interprétation causale de la physique, c'est absolument essentiel. D'accord ? Donc là, c'est vraiment de la physique qu'on va faire, avec évidemment une rigueur mathématique qu'on devra utiliser pour pouvoir y arriver. OK ? Donc on a des forces d'inertie qui vont intervenir. Alors je vous propose qu'on visualise ceci avec une expérience assez déroutante, qui est celle d'un jet d'eau en rotation. L'idée est la suivante. Si pour l'instant le jet d'eau n'est pas en rotation, vous voyez le jet d'eau de dessus. Si vous le voyez de profil, vous voyez évidemment que vous avez une trajectoire balistique des gouttes d'eau. Mais maintenant si vous le voyez de dessus, dans un plan horizontal, la composante horizontale a un mouvement rectiligne uniforme. C'est un mouvement en ligne droite. On est dans un référentiel d'inertie. Si on fait abstraction du poids qui est vertical, la somme des forces extérieures dans le plan horizontal est nulle. Le mouvement est un mouvement naturel, un mouvement rectiligne uniforme. Mais maintenant, on va mettre en rotation le jet d'eau. On va le faire tourner. Et puis, on va prendre la caméra et synchroniser la vitesse de rotation de la caméra pour que le jet d'eau soit immobile dans le référentiel accéléré en rotation de la caméra. D'accord ? Le mouvement des gouttes d'eau est maintenant un mouvement spirale. Ce n'est plus un mouvement rectiligne uniforme. Comment est-ce qu'on peut expliquer ceci ? Il doit y avoir des causes supplémentaires qui donnent lieu à ce mouvement. Ces causes supplémentaires, ce sont les forces d'inertie. Ces forces d'inertie, c'est la force centrifuge qui va éloigner les gouttes d'eau de la buse, et puis il y a la force de Coriolis qui va donner la courbure au mouvement relatif que vous êtes en train d'observer. C'est ça

notes

résumé

➊ **Référentiel absolu** : référentiel d'inertie

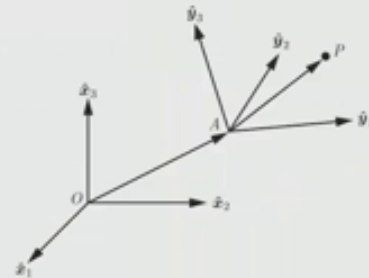
Le repère absolu $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3)$ d'origine O est immobile par rapport au référentiel absolu.

➋ **Référentiel relatif** : référentiel accéléré

Le repère relatif $(\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3)$ d'origine A est immobile par rapport au référentiel relatif.

➌ **Mouvement absolu** : mouvement du point matériel P par rapport au référentiel d'inertie.

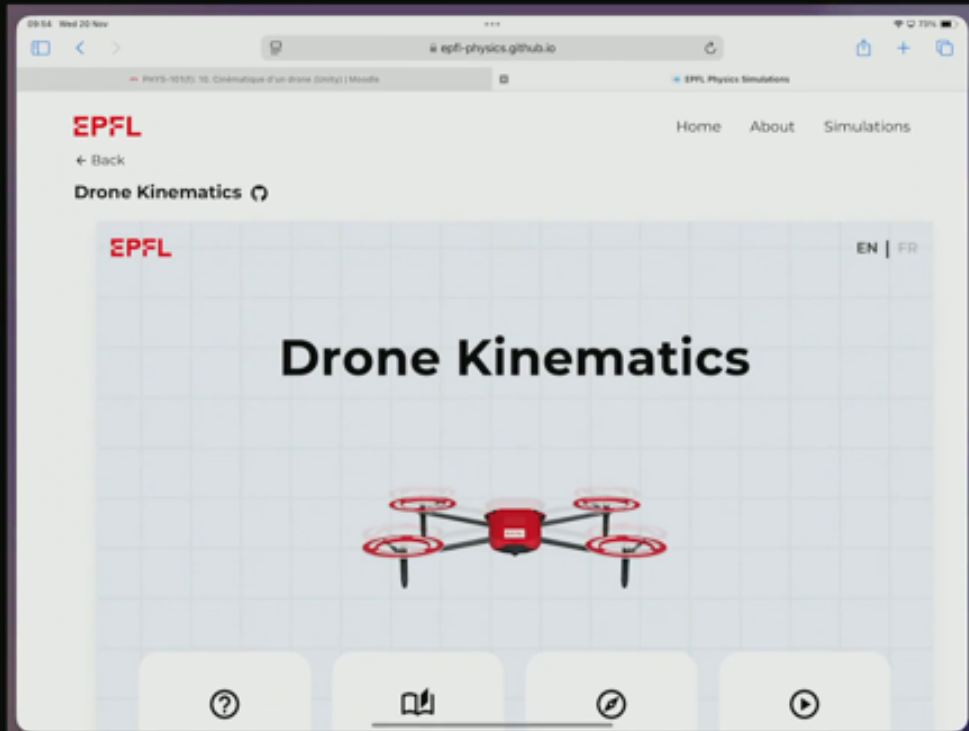
➍ **Mouvement relatif** : mouvement du point matériel P par rapport au référentiel accéléré.



qu'on aimerait être capable de décrire. Là, pour l'instant, c'est amusant. Tout à l'heure, ce sera un peu plus périlleux. On fera le même exercice avec une balle de fusil. On va faire tourner l'axe et on va tirer sur la cible. avec une cible dirigée sur l'auditoire, c'est évidemment beaucoup plus fun. D'accord ? Et j'aimerais insister sur le fait que vous n'avez aucun risque, puisque le taux de mortalité est extrêmement faible dans les premiers rangs. D'accord ? Voilà.

notes

résumé



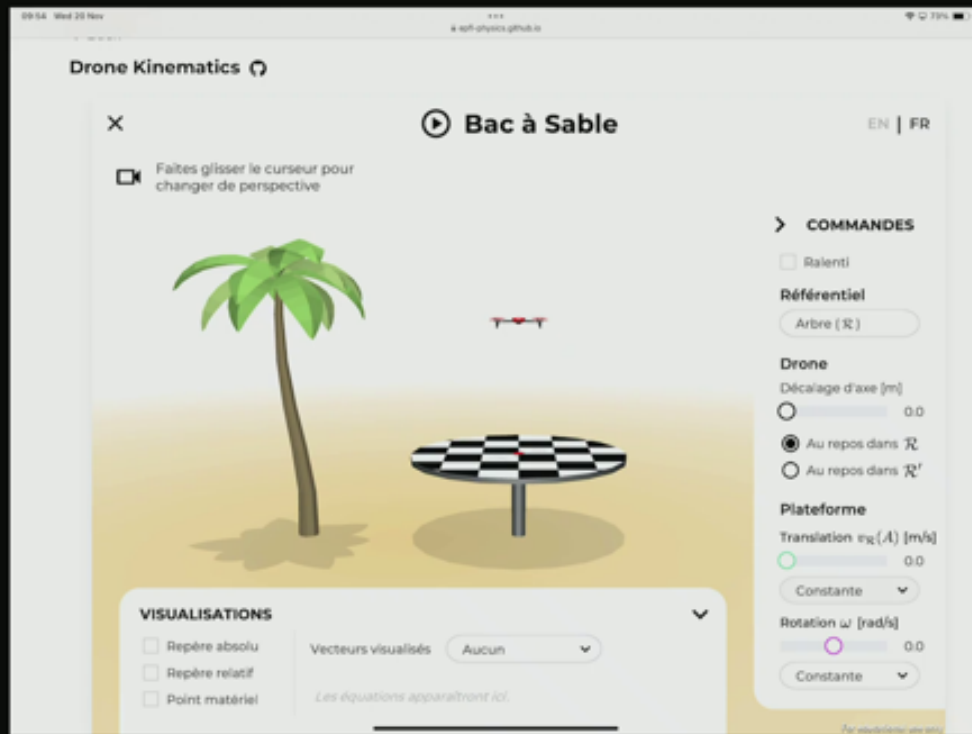
Donc... Pour rendre les choses plus concrètes, parce que ça va être assez abstrait,

notes

résumé

39m 11s





je vous propose qu'on commence par une mise en situation Si vous prenez le lien qui est donné sur le site Moodle du cours, vous avez deux liens pour le chapitre 10. Il y a une première application qui est la cinématique d'un drone.

notes

résumé

39m 21s

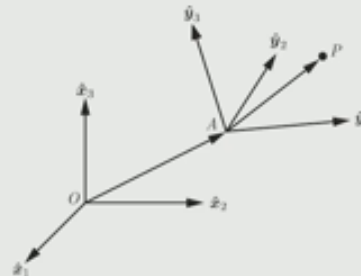


❶ Référentiel absolu : référentiel d'inertie

Le repère absolu $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3)$ d'origine O est immobile par rapport au référentiel absolu.

❷ Référentiel relatif : référentiel accéléré

Le repère relatif $(\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3)$ d'origine A est immobile par rapport au référentiel relatif.

❶ Mouvement absolu : mouvement du point matériel P par rapport au référentiel d'inertie.❷ Mouvement relatif : mouvement du point matériel P par rapport au référentiel accéléré.

Donc, ce qu'on va chercher à faire, c'est la chose suivante. On prend ici notre drone, on va le déplacer par rapport à la plateforme. On va la faire monter-descendre avec un mouvement harmonique oscillatoire, c'est plus intéressant. On va la faire tourner avec là aussi une vitesse angulaire de rotation variable. D'accord ? Et puis, on peut regarder un repère absolu qui est associé au référentiel absolu du sol, lié ici à ce palmier. Ça fait un peu plus ludique, ça fait plus vacances, il y a du sable d'ailleurs. Donc, vous avez l'origine qui est fixée au bas du palmier. Vous avez un repère relatif qui sera fixé au référentiel relatif qui ne bouge pas par rapport à la plateforme, la plateforme étant ici le référentiel relatif, et vous avez ici un petit drone brandé EPFL. Ce qu'on peut faire, c'est simplement le remplacer par un point matériel P , d'accord ? Et puis maintenant, on peut lier les positions entre elles. Donc ce qu'on va écrire, et on va le faire de manière adéquate, c'est que le vecteur position absolu du point matériel P , qui est celui que vous voyez ici en bleu, c'est la somme de la position de l'origine du repère relatif associé au référentiel relatif de la plateforme par rapport au référentiel absolu du sol par rapport à l'origine eau. C'est le vecteur en vert auquel il faut ajouter quoi ? Il faut ajouter le vecteur position relatif du drone qui est le point matériel P . Ce vecteur position relatif c'est celui qui est issu de l'origine placée sur la plateforme qui est notre référentiel accéléré puisqu'elle tourne, qu'elle monte et qu'elle descend avec une accélération non nulle. C'est le cas général. Donc, c'est ce vecteur en vert qui est ici, qui est la position relative du drone par rapport à la plateforme. Donc, géométriquement, on va écrire que OP , c'est OA plus AP . Bon,

notes

résumé

39m 36s



❶ **Référentiel absolu** : référentiel d'inertie

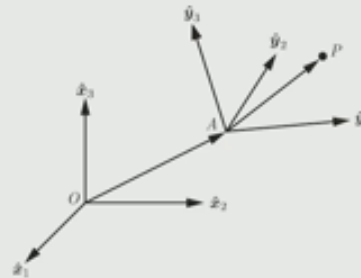
Le repère absolu $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3)$ d'origine O est immobile par rapport au référentiel absolu.

❷ **Référentiel relatif** : référentiel accéléré

Le repère relatif $(\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3)$ d'origine A est immobile par rapport au référentiel relatif.

❸ **Mouvement absolu** : mouvement du point matériel P par rapport au référentiel d'inertie.

❹ **Mouvement relatif** : mouvement du point matériel P par rapport au référentiel accéléré.



ça semble être assez raisonnable du point de vue géométrique.

notes

résumé

- Géométrie :

(10.20)

- Position absolue : point matériel P

(10.21)

- Position relative : point matériel P

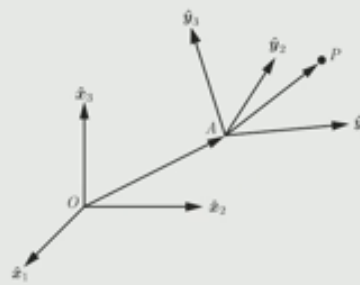
(10.21)

- Position absolue : point A

(10.21)

- Positions absolue et relative : point matériel P (10.21) dans (10.20)

(10.22)



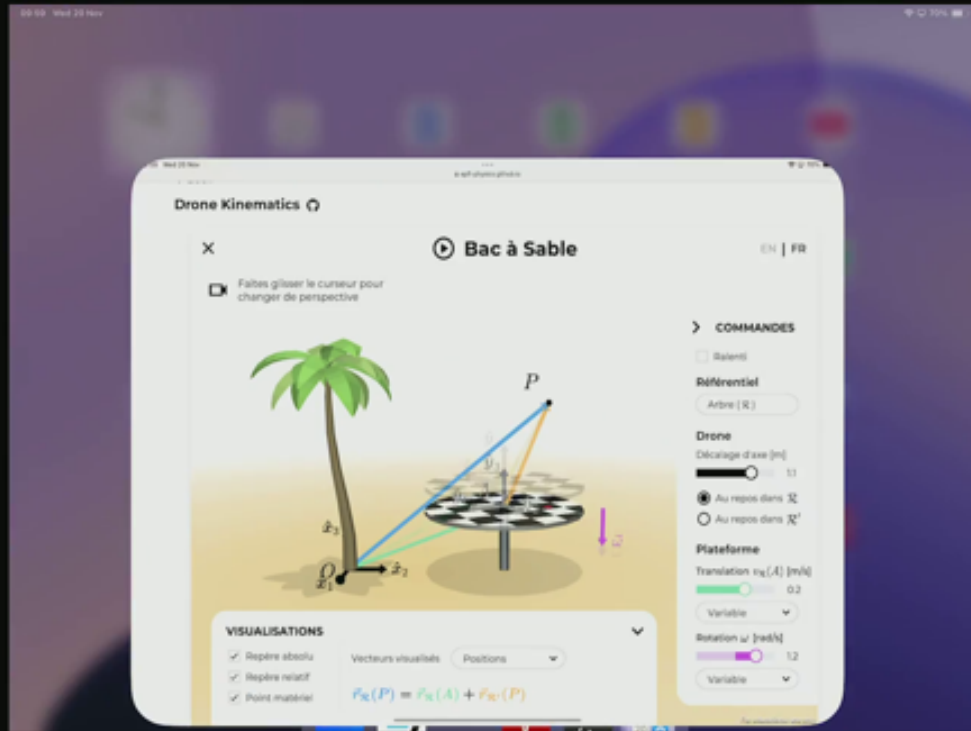
Mais comprenons un peu la physique qui est derrière quand on va faire ça. Donc, vous avez ici une description schématique de ce qu'on est en train de faire. Le palmier est là. Vous avez la plateforme qui est ici et vous avez le drone qui se trouve par là au point P . On va donc introduire un repère absolu cartésien formé de trois vecteurs unitaires X_1 chapeau, X_2 chapeau, X_3 chapeau qui sont attachés à l'origine immobile dans le référentiel d'inertie du sol. Ils sont plantés dans le sable. Ensuite, On a le référentiel relatif qui est accéléré, qui est celui de la plateforme, qui peut tourner, monter, descendre. On va lui attacher un repère relatif avec trois vecteurs unitaires, Y_1 chapeau, Y_2 chapeau et Y_3 chapeau. C'est là un repère cartésien fixé au point de référence à l'origine qu'on a choisi sur notre plateforme qui est le point A . Le mouvement absolu du point P , c'est ce qu'on aurait étudié jusqu'à présent, c'est son mouvement décrit par rapport au repère absolu, par rapport au référentiel absolu, et puis son mouvement relatif est décrit par rapport au référentiel relatif, au référentiel accéléré par rapport au repère relatif formé des Y -chapes. Donc ça, en gros, c'est ce qu'on essaye de faire, c'est ce qu'on veut faire.

notes

résumé

41m 28s





Alors maintenant, écrivons rapidement La géométrie qui est liée à ce problème, le vecteur $\vec{OP}$, c'est la somme du vecteur $\vec{OA}$ et du vecteur $\vec{AP}$. Ça, c'est élémentaire. Maintenant, la position absolue. du point P , on va l'écrire de la manière suivante, c'est R indice A pour absolu de quoi du point P , qu'on met entre parenthèses, c'est le vecteur $\vec{OP}$. Ce vecteur $\vec{OP}$, on aimerait l'exprimer en composante dans le repère absolu, donc ça va être quoi ? Ça va être une somme sur les trois composantes du produit de ces composantes absolues, les X_i fois les vecteurs unitaires associés, les $\hat{x}_i$ chapeaux. De la même manière, le vecteur position relative du point P , qui est ici le vecteur $\vec{AP}$, on va lui aussi l'exprimer dans le repère associé, le repère relatif. Donc on va l'écrire en composantes cartésiennes, de 1 à 3, attention ici c'est les y_i , fois les $\hat{y}_i$ chapeau. Et puis on a le vecteur position absolue du point A , qui est le vecteur $\vec{OA}$. Et donc on peut écrire la formule que vous avez déjà vue sur l'application, à savoir que la position absolue du point P , c'est la somme de la position absolue du point A plus la position relative du point P . Pour relative, on met un petit indice R . Donc on a des A et des R . Qu'est-ce qu'on veut faire quand on est là ? On veut dériver par rapport au temps pour trouver une relation entre les vitesses. Alors, en théorie, c'est simple, en pratique, c'est un peu plus technique. Pourquoi ? Parce que comme vous l'avez vu avec la plateforme, la plateforme, elle peut tourner. Quand la plateforme tourne, je vais revenir vite sur l'application, quand

notes

résumé

42m 49s



- Géométrie :

$$\overline{OP} = \overline{OA} + \overline{AP} \quad (10.20)$$

- Position absolue : point matériel P

$$\vec{r}_a(P) = \overline{OP} = \sum_{i=1}^3 x_i \hat{x}_i \quad (10.21)$$

- Position relative : point matériel P

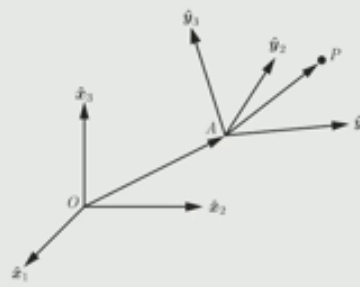
$$\vec{r}_r(P) = \overline{AP} = \sum_{i=1}^3 y_i \hat{y}_i \quad (10.21)$$

- Position absolue : point A

$$\vec{r}_a(A) = \overline{OA} \quad (10.21)$$

- Positions absolue et relative : point matériel P (10.21) dans (10.20)

$$\vec{r}_a(P) = \vec{r}_a(A) + \vec{r}_r(P) \quad (10.22)$$



la plateforme tourne, regardez les vecteurs unitaires, ils tournent aussi. Dans le cas général, les vecteurs unitaires peuvent tous se déplacer, changer leur orientation au cours du temps. Alors, si le mouvement est un mouvement de translation, l'orientation des vecteurs unitaires ne change pas. En revanche, si c'est un mouvement de rotation comme celui que vous voyez ici, les dérivés temporels des vecteurs unitaires ne seront pas nuls. Alors, comment est-ce qu'on pourrait les décrire ? On a déjà la réponse puisqu'on a fait la théorie générale des rotations au chapitre 5. on peut utiliser des formules de Poisson, pas n'importe lesquelles, il faut disposer d'un vecteur vitesse angulaire, lequel est-il ? C'est le vecteur vitesse angulaire de rotation du référentiel relatif par rapport au référentiel absolu, d'accord ? Qui va être le vecteur vitesse angulaire de rotation du repère relatif par rapport au repère absolu.

notes

résumé

44m 41s



- Positions absolue et relative : point matériel P

$$\mathbf{r}_a(P) = \sum_{i=1}^3 x_i \hat{\mathbf{x}}_i \quad \text{et} \quad \mathbf{r}_r(P) = \sum_{i=1}^3 y_i \hat{\mathbf{y}}_i \quad (10.21)$$

- Dérivées temporelles : positions absolue et relative (10.22)

$$(10.24)$$

- Dérivées temporelles : repères absolu et relatif

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_i = \mathbf{0} \quad \text{et} \quad \dot{\hat{\mathbf{y}}}_i = \boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{y}}_i \quad \forall i = 1, 2, 3 \quad (10.23)$$

- Dérivée temporelle : position absolue

$$(10.25)$$

- Dérivée temporelle : position relative

$$(10.25)$$

Donc on va vite le faire, puis on prendra ensuite la pause. Donc, Si on veut calculer les dérivés temporels des vecteurs unitaires du repère relatif, il faudra prendre le produit vectoriel du vecteur vitesse angulaire de rotation du repère relatif par rapport au repère absolu, de la plateforme par rapport au sable. Produit vectoriel donc de ce vecteur vitesse angulaire avec le vecteur unitaire relatif $\hat{\mathbf{y}}_i$ chapeau. Ça, on en aura besoin dans quelques instants, juste après la pause. Évidemment que les vecteurs unitaires du repère absolu et $\hat{\mathbf{x}}_i$ chapeau sont fixes. Leur norme est fixée aussi. Donc la dérive est temporelle, est évidemment nulle, quel que soit le vecteur considéré. Donc armé de ceci, on pourra dériver la relation entre les vecteurs position exprimée en composant dans les repères respectifs pour trouver une relation entre les vecteurs vitesse et on verra que la dérivée temporelle de la position relative n'est pas la vitesse relative. Et on pourra le comprendre graphiquement grâce à l'application. Voilà, on va prendre la pause.

notes

résumé

45m 31s



- Dérivées temporelles : positions absolue et relative

$$\dot{\mathbf{r}}_a(P) = \sum_{i=1}^3 \dot{x}_i \hat{\mathbf{x}}_i \quad \text{et} \quad \dot{\mathbf{r}}_r(P) = \sum_{i=1}^3 \dot{y}_i \hat{\mathbf{y}}_i + \sum_{i=1}^3 y_i (\boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{y}}_i) \quad (10.25)$$

- Identité vectorielle :

$$\sum_{i=1}^3 y_i (\boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{y}}_i) = \boldsymbol{\Omega} \times \left(\sum_{i=1}^3 y_i \hat{\mathbf{y}}_i \right) = \boldsymbol{\Omega} \times \bar{\mathbf{r}}_r(P) \quad (10.26)$$

- Vitesses absolue et relative : point matériel P et point A

$$(10.27)$$

Les vitesses absolue $\mathbf{v}_a(P)$ et relative $\mathbf{v}_r(P)$ sont les vitesses du point matériel P dans les référentiels absolu et relatif où les repères absolu $(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2, \hat{\mathbf{x}}_3)$ et relatif $(\hat{\mathbf{y}}_1, \hat{\mathbf{y}}_2, \hat{\mathbf{y}}_3)$ sont immobiles.

- Dérivées temporelles : (10.26) et (10.27) dans (10.25)

$$(10.28)$$

notes

résumé

46m 49s



- Dérivées temporelles : positions absolue et relative

$$\dot{\mathbf{r}}_a(P) = \sum_{i=1}^3 \dot{x}_i \hat{\mathbf{x}}_i \quad \text{et} \quad \dot{\mathbf{r}}_r(P) = \sum_{i=1}^3 \dot{y}_i \hat{\mathbf{y}}_i + \sum_{i=1}^3 y_i (\boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{y}}_i) \quad (10.25)$$

- Identité vectorielle :

$$\sum_{i=1}^3 y_i (\boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{y}}_i) = \boldsymbol{\Omega} \times \left(\sum_{i=1}^3 y_i \hat{\mathbf{y}}_i \right) = \boldsymbol{\Omega} \times \bar{\mathbf{r}}_r(P) \quad (10.26)$$

- Vitesses absolue et relative : point matériel P et point A

$$(10.27)$$

Les vitesses absolue $\mathbf{v}_a(P)$ et relative $\mathbf{v}_r(P)$ sont les vitesses du point matériel P dans les référentiels absolu et relatif où les repères absolu $(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2, \hat{\mathbf{x}}_3)$ et relatif $(\hat{\mathbf{y}}_1, \hat{\mathbf{y}}_2, \hat{\mathbf{y}}_3)$ sont immobiles.

- Dérivées temporelles : (10.26) et (10.27) dans (10.25)

$$(10.28)$$

notes

résumé

- Dérivées temporelles : positions absolue et relative

$$\dot{\mathbf{r}}_a(P) = \sum_{i=1}^3 \dot{x}_i \hat{\mathbf{x}}_i \quad \text{et} \quad \dot{\mathbf{r}}_r(P) = \sum_{i=1}^3 \dot{y}_i \hat{\mathbf{y}}_i + \sum_{i=1}^3 y_i (\boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{y}}_i) \quad (10.25)$$

- Identité vectorielle :

$$\sum_{i=1}^3 y_i (\boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{y}}_i) = \boldsymbol{\Omega} \times \left(\sum_{i=1}^3 y_i \hat{\mathbf{y}}_i \right) = \boldsymbol{\Omega} \times \bar{\mathbf{r}}_r(P) \quad (10.26)$$

- Vitesses absolue et relative : point matériel P et point A

$$(10.27)$$

Les vitesses absolue $\mathbf{v}_a(P)$ et relative $\mathbf{v}_r(P)$ sont les vitesses du point matériel P dans les référentiels absolu et relatif où les repères absolu $(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2, \hat{\mathbf{x}}_3)$ et relatif $(\hat{\mathbf{y}}_1, \hat{\mathbf{y}}_2, \hat{\mathbf{y}}_3)$ sont immobiles.

- Dérivées temporelles : (10.26) et (10.27) dans (10.25)

$$(10.28)$$

produit vectoriel entre le vecteur vitesse angulaire et la position relative du point P . En fait, ça correspond à un terme de vitesse qu'on aurait, par exemple, pour un mouvement circulaire. On avait déjà vu ce type de structure. Bon. Maintenant, il faut qu'on fasse de l'interprétation physique pour être capable de trouver la relation entre les vitesses.

notes

résumé



La vitesse absolue ou la vitesse relative du point P, ce sont les vitesses dans les référentiels correspondants, absolus et relatifs, où on maintient fixes les vecteurs unitaires. D'accord ? Evidemment que par rapport au sol, les vecteurs unitaires sont fixes, mais si vous êtes sur la plateforme, que vous voyez un objet se déplacer, par rapport au référentiel de la plateforme, vous ne voyez pas les vecteurs unitaires tournés. Pour définir les vitesses absolues et relatives du point P, On va tenir compte uniquement des dérivés temporels des coordonnées de position multipliées par les vecteurs unitaires et non pas des termes d'entraînement qui résultent de la dérivée temporelle des vecteurs eux-mêmes. C'est-à-dire qu'on aura la somme sur i égale 1 à 3 des $\dot{x}_i$ points fois les $\hat{x}_i$ chapeaux. Et puis, pour le vecteur vitesse relative du point P, ça sera la somme sur les composantes de quoi ? du produit des dérivés temporels des coordonnées relatifs fois les vecteurs unitaires relatifs, les $\hat{y}_i$. Et puis, il nous reste à écrire que la vitesse absolue du point A, c'est la dérivée temporelle de la position absolue du point A. D'accord ? Donc, si vous regardez la vitesse absolue, elle reste la dérivée temporelle de la position absolue. On verra que c'est plus compliqué pour la vitesse relative, oui, Alors, ça, c'est de la physique plutôt que des maths. Mathématiquement, quand on dérive par rapport au temps, vous avez raison, il y a deux termes. Seulement, imaginez que vous êtes assis sur la plateforme. Vous voyez le drone se déplacer. Si vous êtes assis sur la plateforme, vous ne voyez pas les vecteurs unitaires tourner. Donc, dans votre description de la physique, les dérivés temporels de ces vecteurs unitaires n'interviennent pas. Quand vous introduisez la vitesse relative relativement à la plateforme, vous devez tenir compte du terme qui contient uniquement les dérivés temporels des composantes, pas celles des

[illegible]

résumé

51m 49s





vecteurs relatifs. D'accord ? Ça, c'est vraiment de la compréhension physique. Ce n'est plus seulement des maths. Il y a de la physique. Qu'est-ce qu'on voit concrètement si on est sur la plateforme ? Effectivement, il y a un terme de plus et c'est ça qui va faire que la dérivée temporelle, la position relative, ce n'est pas la vitesse relative. D'accord ? On y viendra. Donc, en résumé, la dérivée temporelle de la position absolue du point P, c'est la vitesse absolue du point P. Et justement, la dérivée temporelle de la vitesse relative du point P est constituée de deux termes. Tout d'abord, la vitesse relative du point P, mais pas seulement. Il y a un terme d'entraînement qui est le produit vectoriel du vecteur vitesse angulaire ω avec la position relative du point P. Ce terme d'entraînement, si vous êtes assis sur la plateforme, pensez à un manège, vous êtes assis sur le manège, vous ne voyez pas le manège tourner. D'accord ? Seulement, il tourne bel et bien par rapport au sol. Donc, dans une description absolue, il faut en tenir compte. C'est la raison d'être de ce terme supplémentaire qui apparaît ici et qui fait que la dérivée temporelle de la position relative, ce n'est pas juste la vitesse relative. Ok ? Ne vous inquiétez pas, on va visualiser ça sur l'application dans quelques instants. Donc, on a toutes les relations en main, puisqu'on a la relation entre les dérivés temporels des vecteurs position, et on a calculé chacune de ces dérivés temporels. On va donc maintenant pouvoir les lier ensemble et écrire que la vitesse absolue du point P, c'est la vitesse absolue du point A, donc la vitesse absolue du drone, c'est la vitesse absolue de l'origine sur la plateforme, plus la vitesse relative du drone tel qu'elle est perçue si on est assis sur la plateforme, plus la vitesse d'entraînement de la

notes

résumé

.....

.....

.....

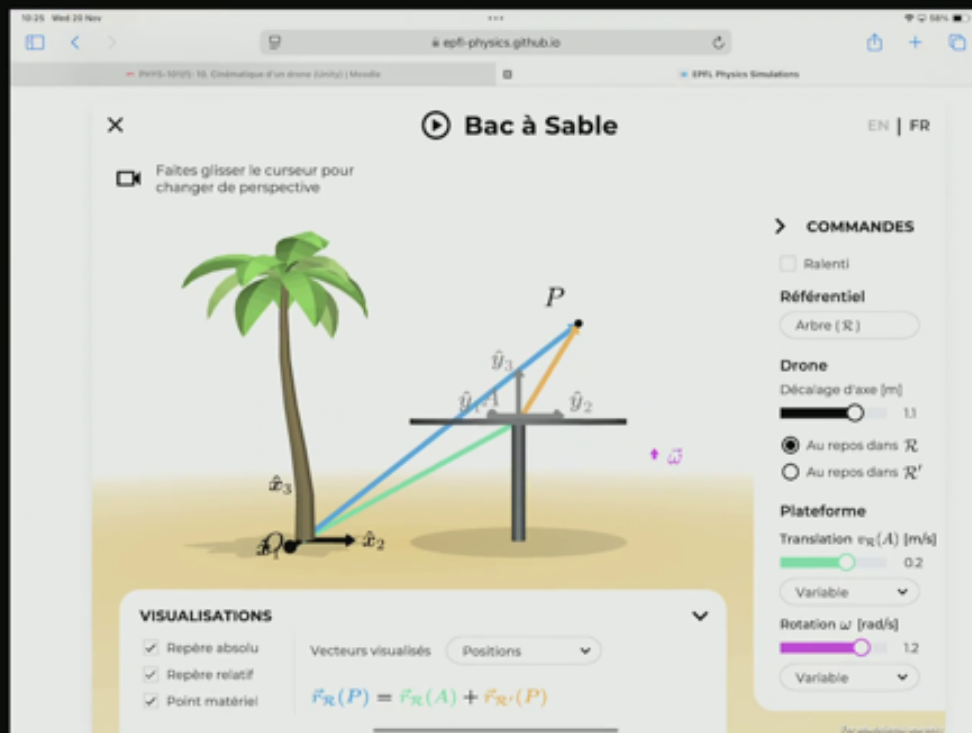
.....



plateforme par rapport au sol, qui est le produit vectoriel de ω avec la position relative du point P. D'accord ? Ça vous paraît un petit peu abstrait, ça l'est, oui. Exactement. C'est d'ailleurs l'exemple que vous avez vu tout à l'heure avec la fusée qui décolle. Puisque quand on regardait la vitesse totale des gaz éjectés par rapport au sol, c'était la somme de la vitesse de la fusée, qui est la vitesse du point A ici, si vous voulez, plus la vitesse relative, qui était cette vitesse U. Et là, il n'y avait pas d'oméga, typiquement. Donc justement, pour qu'on comprenne ceci, qu'on puisse le visualiser,

notes

résumé



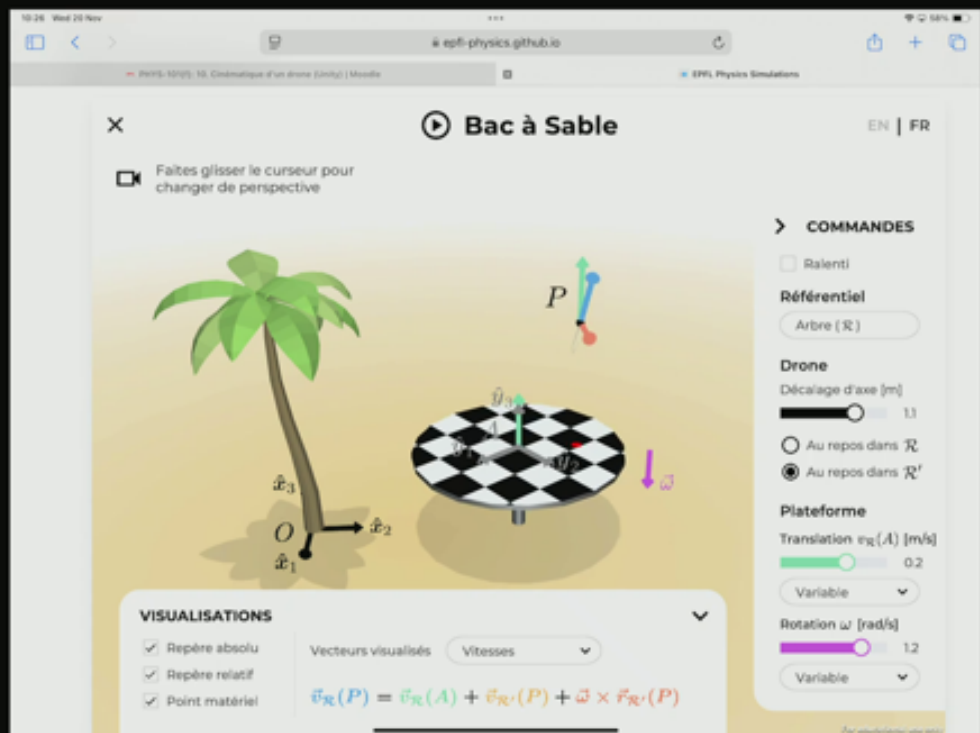
On va revenir à la plateforme.

notes

résumé

56m 25s





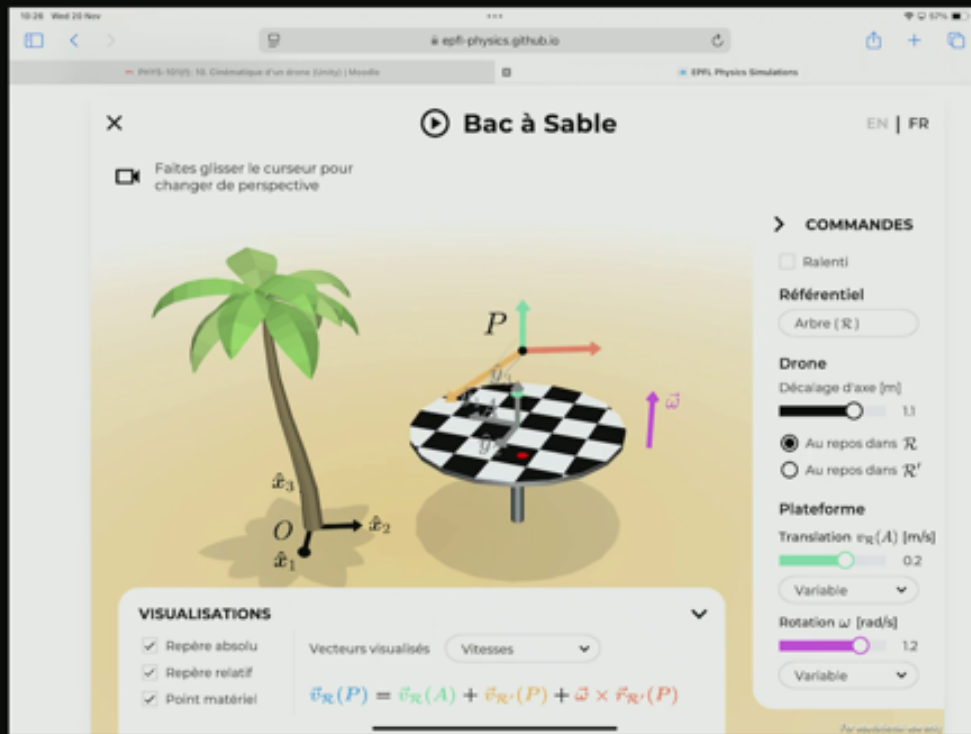
Maintenant, on va s'intéresser aux relations qu'il y a entre les vitesses. Alors, je vais essayer d'incliner un peu la chose pour qu'on le voie mieux. Alors là, on s'est placé sur la plateforme. dans le référentiel de l'arbre. On a un point matériel P qui est immobile dans ce référentiel-là, alors on va plutôt le placer immobile dans l'autre référentiel.

notes

résumé

56m 29s





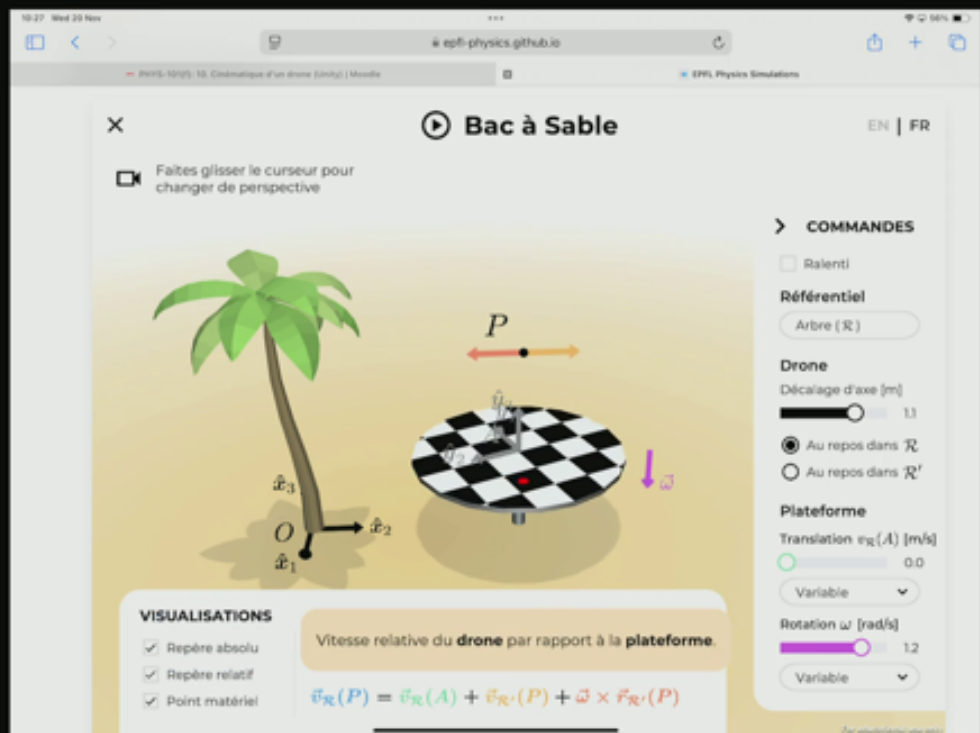
Donc vous avez un premier terme qui est ici, qui est la vitesse absolue du drone par rapport à l'arbre, qui apparaît ici en bleu. Ensuite, vous avez la vitesse de déplacement de la plateforme par rapport à l'arbre. Il y a un mouvement harmonique oscillatoire de montée et de descente. Ce vecteur vitesse apparaît ici en vert. Vous avez ensuite le vecteur vitesse relative du drone par rapport à la plateforme, vous ne le voyez pas parce que dans le choix de paramétrisation ici, le drone est immobile par rapport à la plateforme, on en parlera dans un instant. Et puis un dernier terme, ce terme d'entraînement que vous voyez ici, qui est lié au mouvement de rotation de la plateforme par rapport au sol. On s'arrange pour que le drone soit immobile par rapport au sol,

notes

résumé

56m 50s





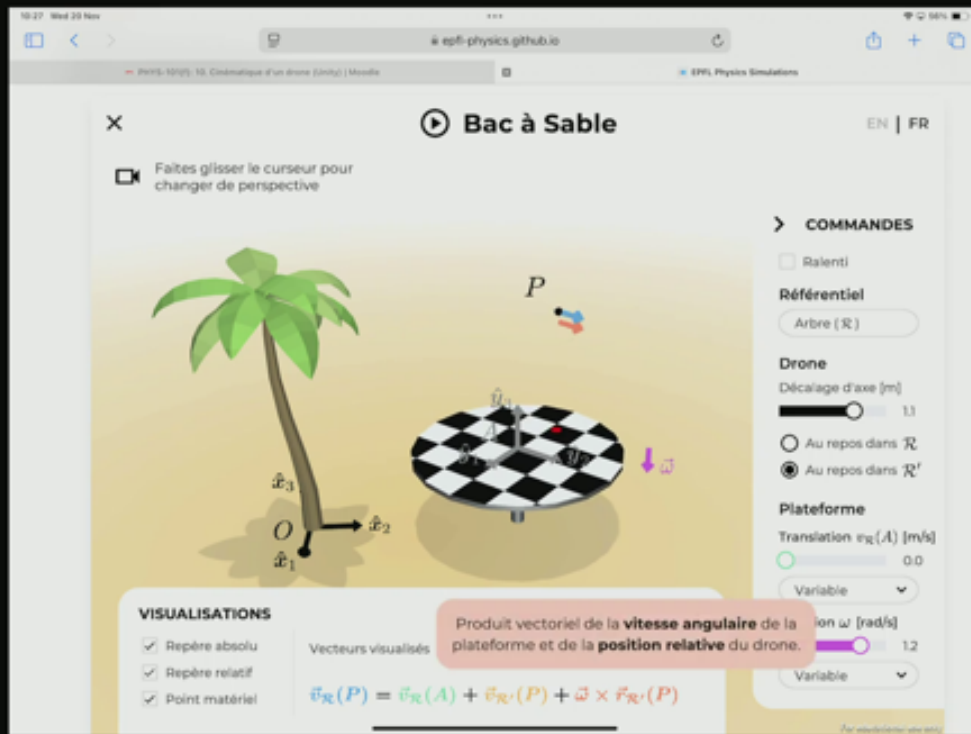
par rapport à la plateforme. Ce n'est pas le cas. Donc le mouvement relatif qu'on perçoit si on est assis sur la plateforme est décrit par le vecteur vitesse relative qui apparaît ici en jaune. Ce que je vous propose, c'est de jouer avec cette app pour mieux comprendre ce qui se passe. Par exemple, on pourrait laisser tomber la vitesse de translation et regarder uniquement la rotation. Alors là, qu'est-ce qu'on voit ? On voit que si le point matériel est immobile par rapport au sol, sa vitesse absolue est nulle.

notes

résumé

57m 34s





Et donc, si la vitesse du point A est nulle, ça veut dire que la vitesse relative du drone qu'on voit, c'est l'opposé de la vitesse d'entraînement de la plateforme par rapport au sol, ça paraît assez réaliste. On peut aussi le regarder dans l'autre référentiel. Alors là, qu'est-ce qu'on voit ? On voit que les deux objets... Enfin, on voit que le point matériel tourne et que, évidemment,

notes

résumé

58m 5s



- Dérivées temporelles : positions absolue et relative

$$\dot{\mathbf{r}}_a(P) = \dot{\mathbf{r}}_a(A) + \dot{\mathbf{r}}_r(P) \quad (10.24)$$

- Dérivées temporelles : point matériel P et point A

$$\dot{\mathbf{r}}_a(P) = \mathbf{v}_a(P) \quad \text{et} \quad \dot{\mathbf{r}}_r(P) = \mathbf{v}_r(P) + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_r(P) \quad (10.28)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_a(A) = \mathbf{v}_a(A) \quad (10.27)$$

- Vitesses absolue et relative : (10.27) et (10.28) dans (10.24)

$$\bar{\mathbf{v}}_a(P) = \bar{\mathbf{v}}_a(A) + \bar{\mathbf{v}}_r(P) + \bar{\boldsymbol{\Omega}} \times \bar{\mathbf{r}}_r(P) \quad (10.29)$$

- Vitesse d'entraînement : P immobile dans le référentiel relatif

$$(10.30)$$

- Relation entre les vitesses : (10.30) dans (10.29)

$$(10.31)$$

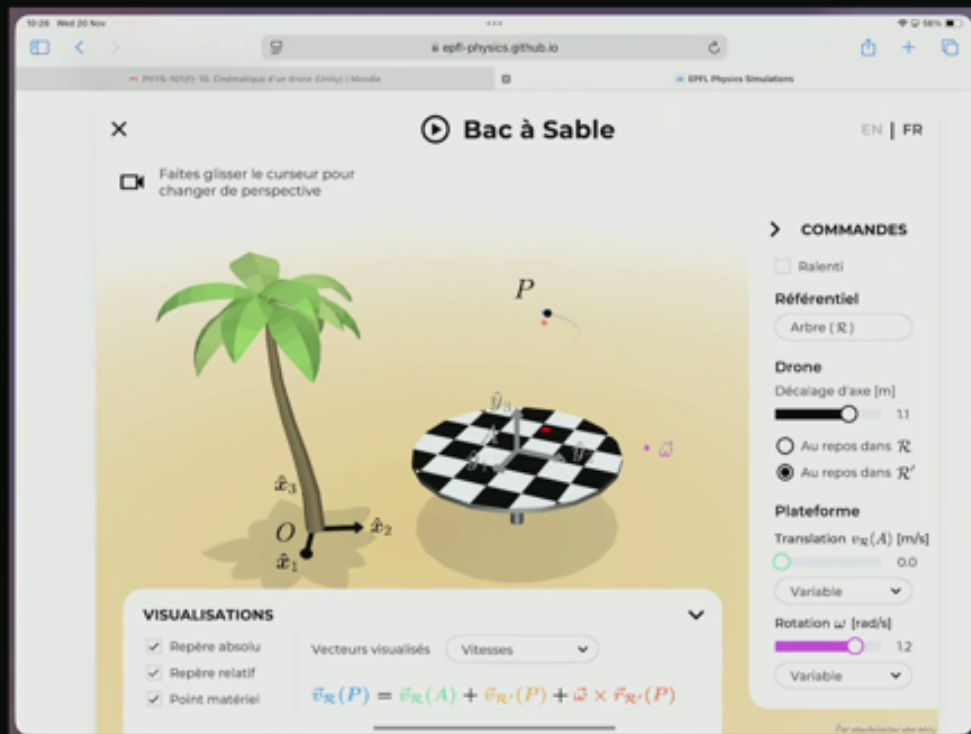
sa vitesse absolue va être égale à la vitesse d'entraînement, étant donné que la vitesse relative est nulle et qu'on a choisi de faire en sorte que la vitesse de déplacement de la plateforme est nulle aussi. D'accord ? Voilà.

notes

résumé

58m 23s





Alors, pour terminer avec les vitesses, on peut encore introduire la vitesse d'entraînement. De quoi s'agit-il ? La vitesse d'entraînement, c'est la vitesse absolue du point P qu'il aurait s'il n'a aucun mouvement relatif. D'accord ?

notes

résumé

58m 35s



- Dérivées temporelles : positions absolue et relative

$$\dot{\mathbf{r}}_a(P) = \dot{\mathbf{r}}_a(A) + \dot{\mathbf{r}}_r(P) \quad (10.24)$$

- Dérivées temporelles : point matériel P et point A

$$\dot{\mathbf{r}}_a(P) = \mathbf{v}_a(P) \quad \text{et} \quad \dot{\mathbf{r}}_r(P) = \mathbf{v}_r(P) + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_r(P) \quad (10.28)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_a(A) = \mathbf{v}_a(A) \quad (10.27)$$

- Vitesses absolue et relative : (10.27) et (10.28) dans (10.24)

$$\bar{\mathbf{v}}_a(P) = \bar{\mathbf{v}}_a(A) + \bar{\mathbf{v}}_r(P) + \bar{\boldsymbol{\Omega}} \times \bar{\mathbf{r}}_r(P) \quad (10.29)$$

- Vitesse d'entraînement : P immobile dans le référentiel relatif

$$\bar{\mathbf{v}}_r(P) = \quad (10.30)$$

- Relation entre les vitesses : (10.30) dans (10.29)

$$(10.31)$$

Donc, concrètement, si je prends l'app qui est ici, S'il n'y a pas de mouvement relatif, ça veut dire qu'il est au repos dans le référentiel de la plateforme. Si on prend le cas général où il y a un mouvement de translation, à ce moment-là, la vitesse absolue du point P, c'est la somme de deux termes, c'est la flèche que vous voyez en bleu, qui est la somme de la vitesse de déplacement de la plateforme, la vitesse du point A, plus cette vitesse d'entraînement. C'est exactement ce qu'on va voir mathématiquement.

notes

résumé

58m 54s



- **Vitesse angulaire de rotation** : pour montrer que la vitesse angulaire Ω de rotation du repère relatif est indépendante du choix de l'origine A , on choisit un autre point fixe B du référentiel relatif et on montre qu'on peut aussi le prendre comme origine sans modifier Ω .
- **Relation entre les vitesses** : (10.29) avec $r_r(P) = AP$ (10.21)

$$v_a(P) = v_a(A) + v_r(P) + \Omega \times AP \quad (10.32)$$
- **Relation entre les vitesses** : (10.32) en $P = B$ avec $v_r(B) = 0$

$$v_a(B) = v_a(A) + \Omega \times AB \quad (10.33)$$
- **Relation entre les vitesses** : remise en forme

$$v_a(A) = v_a(B) + \Omega \times BA \quad (10.34)$$
- **Relation entre les vitesses** : (10.34) dans (10.32)

$$v_a(P) = v_a(B) + v_r(P) + \Omega \times BA + \Omega \times AP \quad (10.35)$$
- **Relation entre les vitesses** : (10.35) avec $BP = BA + AP$

$$v_a(P) = v_a(B) + v_r(P) + \Omega \times BP \quad \square \quad (10.36)$$

La vitesse d'entraînement du point P, c'est la vitesse absolue du point A liée au mouvement de la plateforme, plus le terme d'entraînement, qui est dû à la rotation de la plateforme par rapport au sol, qui est le produit vectoriel de la vitesse angulaire ω avec, alors ici c'est un r par un g , avec la position relative du point P. Et donc, on voit que la vitesse absolue du point P, c'est la somme de la vitesse d'entraînement du point P plus la vitesse relative du point P. On verra que la situation est plus compliquée pour les accélérations que pour les vitesses. Beaucoup plus compliquée. Alors il y a une chose qu'on pourrait faire, qu'on ne va pas faire.

notes

résumé

59m 24s



- Vitesses absolue et relative : point matériel P

$$\mathbf{v}_a(P) = \sum_{i=1}^3 \dot{x}_i \hat{\mathbf{x}}_i, \quad \mathbf{v}_r(P) = \sum_{i=1}^3 \dot{y}_i \hat{\mathbf{y}}_i \quad \text{et} \quad \mathbf{v}_a(A) = \dot{\mathbf{r}}_a(A) \quad (10.27)$$

- Dérivées temporelles : vitesses absolue et relative (10.29)

$$(10.37)$$

- Dérivées temporelles : repères absolu et relatif

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_i = 0 \quad \text{et} \quad \dot{\hat{\mathbf{y}}}_i = \boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{y}}_i \quad \forall i = 1, 2, 3 \quad (10.23)$$

- Dérivée temporelle : vitesse absolue

$$(10.38)$$

- Dérivée temporelle : vitesse relative

$$(10.38)$$

C'est pour ça que toutes les équations nous sont déjà données. J'avais mentionné que le vecteur vitesse angulaire de rotation du référentiel relatif, le référentiel accéléré par rapport au référentiel d'inertie, ne dépend pas du choix de l'origine du repère. C'est intrinsèque à l'objet lui-même. On peut le montrer en prenant un autre point fixe par rapport auquel on décrit le mouvement dans le référentiel relatif qui serait le point B et on montre qu'on tombe sur les mêmes équations, on a la même relation que les vitesses, ce qui démontre donc que Ω est physiquement attaché à la rotation du référentiel relatif par rapport au référentiel absolu et que ce n'est pas un artefact lié à la paramétrisation.

notes

résumé

60m 10s



- Vitesses absolue et relative : point matériel P

$$\mathbf{v}_a(P) = \sum_{i=1}^3 \dot{x}_i \hat{\mathbf{x}}_i, \quad \mathbf{v}_r(P) = \sum_{i=1}^3 \dot{y}_i \hat{\mathbf{y}}_i \quad \text{et} \quad \mathbf{v}_a(A) = \dot{\mathbf{r}}_a(A) \quad (10.27)$$

- Dérivées temporelles : vitesses absolue et relative (10.29)

$$\dot{\tilde{\mathbf{v}}}_a(P) = \dot{\tilde{\mathbf{v}}}_a(K) + \dot{\tilde{\mathbf{v}}}_r(P) + \tilde{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r}_r \quad (10.37)$$

- Dérivées temporelles : repères absolu et relatif

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_i = 0 \quad \text{et} \quad \dot{\hat{\mathbf{y}}}_i = \boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{y}}_i \quad \forall i = 1, 2, 3 \quad (10.23)$$

- Dérivée temporelle : vitesse absolue

$$(10.38)$$

- Dérivée temporelle : vitesse relative

$$(10.38)$$

Bon, ceci étant dit, On va maintenant dériver par rapport au temps la relation entre les vitesses pour trouver la relation entre les accélérations. D'accord ? Donc, prenons la vitesse absolue du point P, qu'on dérive par rapport au temps, qui va être la dérivée temporelle de la vitesse absolue du point A, plus la dérivée temporelle de la vitesse relative du point P, plus la dérivée temporelle du produit vectoriel de $\boldsymbol{\omega}$, avec la position relative,

notes

résumé

60m 52s



- Dérivées temporelles : vitesses absolue et relative

$$\dot{\mathbf{v}}_a(P) = \sum_{i=1}^3 \ddot{x}_i \hat{\mathbf{x}}_i \quad \text{et} \quad \dot{\mathbf{v}}_r(P) = \sum_{i=1}^3 \ddot{y}_i \hat{\mathbf{y}}_i + \sum_{i=1}^3 \dot{y}_i (\boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{y}}_i) \quad (10.38)$$

- Identité vectorielle :

$$(10.39)$$

- Accélération absolue et relative : point matériel P et point A

$$(10.40)$$

Les accélérations absolue $\mathbf{a}_a(P)$ et relative $\mathbf{a}_r(P)$ sont les accélérations du point matériel P dans les référentiels absolu et relatif où les repères absolu $(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2, \hat{\mathbf{x}}_3)$ et relatif $(\hat{\mathbf{y}}_1, \hat{\mathbf{y}}_2, \hat{\mathbf{y}}_3)$ sont immobiles.

- Dérivées temporelles : (10.39) et (10.40) dans (10.38)

$$(10.41)$$

qui va être ω , produit vectoriel avec la dérivée temporelle de la position relative, il y a un terme de plus qui fait intervenir ω point, produit vectoriel avec la position relative du point P . Ce ω point, c'est la dérivée temporelle du vecteur vitesse angulaire. Ce sera quoi ? Ce sera le vecteur accélération angulaire. Celui qui va, en coordonnées cylindriques et en coordonnées sphériques, nous donner des termes d'accélération tangentielle. On va voir ça un petit peu plus tard. Bon, alors maintenant, on va devoir dériver par rapport au temps la vitesse absolue du point P compte tenu de la définition qu'on a introduite. Donc on a la somme sur i égale 1 à 3 des dérivés temporels des composantes de la vitesse qui sont les composantes de l'accélération, les dérivés temporels secondes des composantes de la position fois les vecteurs unitaires absolus. Et puis on dérive aussi les vecteurs unitaires. Il y a beaucoup de choses à écrire, mais vous allez voir, à la fin, ça va être payant. Donc là, on a la dérivée temporelle des vecteurs unitaires. Cette dérivée temporelle est bien sûr nulle puisque les vecteurs unitaires absolus, les $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}$ chapeaux, sont constants en orientation et en ordre. Donc il reste uniquement le premier terme, la somme sur i égale 1 à 3, $\dot{x}_i$ point point fois les $\hat{\mathbf{x}}_i$ chapeau. D'accord ? Faisons le même exercice maintenant pour la dérivée temporelle de la vitesse relative du point P . On va dériver par rapport au temps d'abord les coordonnées de vitesse relative, on aura les coordonnées d'accélération relative multipliées par les vecteurs unitaires, ensuite on aura les coordonnées de vitesse relative, les $\dot{y}_i$ points, fois les dérivés temporels des vecteurs unitaires relatifs. Et là, comme précédemment, on utilise des formules de Poisson pour aller plus loin. On aura donc la somme sur i égale 1 à 3 des $\dot{y}_i$ points points fois

notes

résumé

61m 23s



- Dérivées temporelles : vitesses absolue et relative

$$\dot{\mathbf{v}}_a(P) = \sum_{i=1}^3 \ddot{x}_i \hat{\mathbf{x}}_i \quad \text{et} \quad \dot{\mathbf{v}}_r(P) = \sum_{i=1}^3 \ddot{y}_i \hat{\mathbf{y}}_i + \sum_{i=1}^3 \dot{y}_i (\boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{y}}_i) \quad (10.38)$$

- Identité vectorielle :

$$(10.39)$$

- Accélération absolue et relative : point matériel P et point A

$$(10.40)$$

Les accélérations absolue $\mathbf{a}_a(P)$ et relative $\mathbf{a}_r(P)$ sont les accélérations du point matériel P dans les référentiels absolu et relatif où les repères absolu $(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2, \hat{\mathbf{x}}_3)$ et relatif $(\hat{\mathbf{y}}_1, \hat{\mathbf{y}}_2, \hat{\mathbf{y}}_3)$ sont immobiles.

- Dérivées temporelles : (10.39) et (10.40) dans (10.38)

$$(10.41)$$

les $\hat{\mathbf{y}}_i$ chapeaux plus la somme sur nos indices du produit des dérivés temporels des coordonnées relatives fois les dérivés temporels des vecteurs unités relatifs donnés par les formules de Poisson, c'est-à-dire le produit vectoriel d'Oméga avec $\hat{\mathbf{y}}_i$ chapeau. Comme on l'a fait tout à l'heure, il faut rapidement qu'on introduise

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

résumé

.....

.....

.....

.....



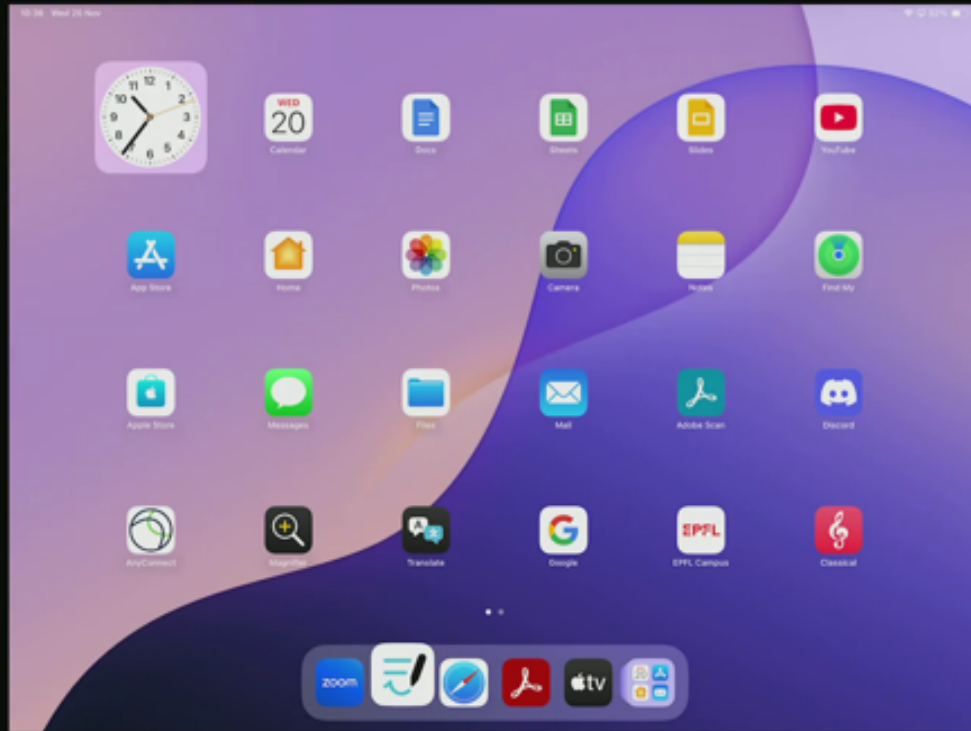
une identité vectorielle. On va travailler sur le dernier terme qui est tout à droite de la première équation. On aura la somme sur i égale 1 à 3 des y_i point fois le produit vectoriel d' Ω avec les vecteurs unités relatifs par rapport à la même identité vectorielle qu'on avait, ou disons similaire, qu'on avait utilisée pour obtenir la relation entre les vitesses, ce qui change ici, c'est qu'on a un point sur les coordonnées de position relative. Mais la structure mathématique est la même. Ω est indépendante de la paramétrisation. Et donc, on peut la mettre en évidence. On a le produit vectoriel d' Ω avec la somme sur l'indice i qui prend les valeurs entières de 1 à 3. des y_i points fois les y_i chapeaux. Or, justement, ce terme-là, c'est quoi ? C'est le produit des composantes de la vitesse relative fois les vecteurs unitaires relatifs. C'est donc la vitesse relative du point P. Donc ça, c'est le produit vectoriel d' Ω avec la vitesse relative du point P. Attention, ce n'est pas la position relative, c'est un v ici, c'est v^2 . Ce qu'on a fait pour la vitesse en faisant un choix d'interprétation physique, on va le refaire maintenant pour l'accélération. C'est-à-dire que l'accélération absolue et l'accélération relative du point matériel dans les repères référentiels respectifs, absolu et relatif, on l'obtient en dérivant uniquement les coordonnées par rapport au temps et pas les vecteurs unitaires parce que dans les deux référentiels, qu'on soit sur le sol assis à côté du palmier, qu'on se trouve assis sur la plateforme, les vecteurs unitaires on ne les voit pas bouger. Donc on interprète physiquement l'accélération absolue du point P comme la somme sur les indices du produit des dérivés temporels secondes des coordonnées absolues fois les vecteurs unitaires absolus correspondants. Et l'accélération relative du point P a une structure analogue sauf qu'on se place dans le référentiel relatif, on

notes

résumé

63m 46s

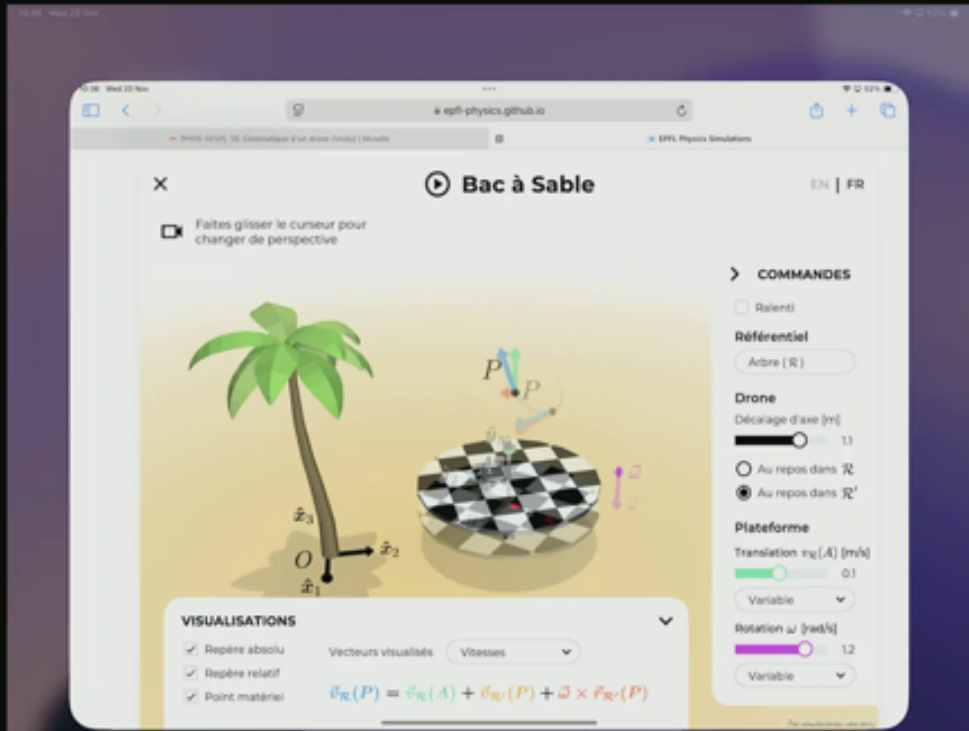




remplace les X par des Y. On a encore l'accélération absolue du point A qui est évidemment la dérivée temporelle de la vitesse du point A. Donc au final on a montré que la dérivée temporelle de la vitesse absolue du point P c'est l'accélération absolue du point P. et que la dérivée temporelle de la vitesse relative du point P, c'est l'accélération relative du point P plus un terme d'entraînement qui est le produit vectoriel de ω avec la vitesse relative du point P. Donc là encore, la dérivée temporelle, la vitesse relative, ce n'est pas l'accélération relative. Pourquoi ? parce que la plateforme tourne par rapport au sol et qu'on ne la voit pas tourner si on est assis dessus.

notes

résumé



Ceci on peut le voir en s'intéressant maintenant aux accélérations.

notes

résumé

67m 0s



- Dérivées temporelles : vitesses absolue et relative

$$\dot{\mathbf{v}}_a(P) = \dot{\mathbf{v}}_a(A) + \dot{\mathbf{v}}_r(P) + \boldsymbol{\Omega} \times \dot{\mathbf{r}}_r(P) + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r}_r(P) \quad (10.37)$$

- Dérivées temporelles : point matériel P et point A

$$\dot{\mathbf{v}}_a(P) = \mathbf{a}_a(P) \quad \text{et} \quad \dot{\mathbf{v}}_r(P) = \mathbf{a}_r(P) + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_r(P) \quad (10.41)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_a(A) = \mathbf{a}_a(A) \quad (10.40)$$

- Accélérations absolue et relative : (10.42)

$$\bar{\mathbf{a}}_a(P) = \bar{\mathbf{a}}_a(A) + \bar{\mathbf{a}}_r(P) + \bar{\boldsymbol{\Omega}} \times \bar{\mathbf{v}}_r(P) + \bar{\boldsymbol{\Omega}} \times \dot{\bar{\mathbf{r}}}_r$$

- Dérivée temporelle : position relative

$$\dot{\mathbf{r}}_r(P) = \mathbf{v}_r(P) + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_r(P) \quad (10.28)$$

- Accélérations absolue et relative : (10.28) dans (10.42) donne (10.43)

Prenons le cas où le point matériel est au repos dans le référentiel du palmier, le référentiel du sol, le référentiel d'inertie, son accélération globale est nulle. Donc le terme qui apparaît ici en bleu, qui est l'accélérateur absolu du drone par rapport au référentiel du sol, par rapport à l'arbre, est nul. Tous les autres termes sont non nuls. Alors quels sont ces termes ? on va les découvrir, d'accord, puisqu'on ne l'a pas encore fait. Mais on peut voir en particulier que si on regarde la situation, disons, on se concentre sur la rotation uniquement, donc s'il n'y a pas de mouvement de translation, qu'on regarde ici, je vais me placer dans l'autre référentiel, le voici, d'accord, si on regarde le... le terme d'accélération absolue du point P, il va être composé d'un terme d'entraînement, dont on va discuter dans quelques instants, qui est directement lié à ω fois la vitesse relative du point P, parce qu'on verra que le ω fois la position relative est directement lié à la vitesse relative, donc ce sera ce terme d'accélération centripète qui va paraître. Bref, on va découvrir ceci plus en détail un petit peu plus tard. En revanche, on va maintenant être en mesure de tout rassembler pour lier l'accélération absolue du point P à son accélération relative. Donc on a toutes nos équations qui sont ici. On a le point de départ qui est la dérivée temporelle de la relation entre les vitesses et on peut donc maintenant réécrire l'accélération absolue du point P comme étant l'accélération absolue du point A, plus l'accélération relative du point P, plus un terme qui est le produit vectoriel de $\dot{\omega}$ avec la vitesse relative du point P, et ensuite on a le produit vectoriel de ω avec la dérivée temporelle de la position relative

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

résumé

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

67m 2s



- Accélérations : rotation du référentiel relatif

- ① Accélération centripète :

(10.45)

- ② Accélération de Coriolis :

(10.44)

- ③ Accélération d'Euler :

(10.46)

- Accélération absolue et relative : point matériel P

(10.47)

Gaspard-Gustave de
Coriolis
1792 – 1843



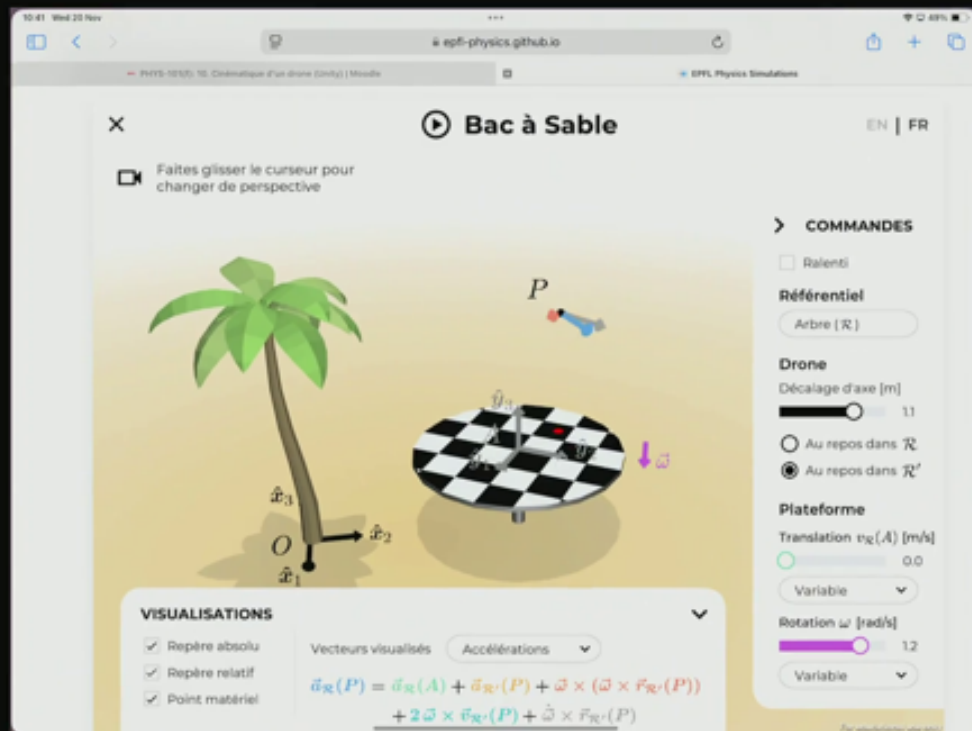
du point P , et on a encore le produit vectoriel de ω avec la position relative du point P . La dérivée temporelle, la position relative du point P , est liée à la vitesse relative d'après la formule qu'on a établie dans le cadre du lien entre les vitesses absolues et relatives du point matériel. Donc, on substitue ceci là-dedans. Alors, ce qu'on voit, c'est qu'on va avoir un terme, un deuxième terme, qui ira comme ω produisant avec la vitesse relative, comme le terme qui est déjà ici. Donc, ce terme va être un terme qui va apparaître deux fois. Un facteur 2 dans les accélérations, c'est quelque chose qu'on connaît, c'est les termes d'accélération de Coriolis. Et puis, on va se trouver avec un ω , produit vectoriel de ω , avec la position relative. On aura donc que l'accélération absolue du point P , c'est l'accélération absolue du point A , plus l'accélération relative du point P , plus un terme qui est le produit vectoriel de ω avec le produit vectoriel de ω et de la position relative du point P . On a deux fois le produit vectoriel de ω avec la vitesse, ici c'est un V , la vitesse relative du point P et puis il nous reste la dérivée temporelle de ω , l'accélération angulaire avec la position relative du point P . Là, on a tous les termes, il n'y en a pas un de plus, quand c'est absolument exhaustif. Ces termes, on va rapidement les interpréter et ensuite on va revenir sur l'app pour les voir plus en détail parce que c'est vrai qu'avant, ne disposant pas de ces termes, c'était un peu plus compliqué.

notes

résumé

69m 13s





Donc, on a un premier terme qui est un terme d'accélération centripète, un C de P. Ce terme d'accélération centripète, pensez au mouvement circulaire d'un point matériel, c'est le produit vectoriel de la vitesse angulaire avec le produit vectoriel de la vitesse angulaire avec la position relative du point P. D'accord ? On a un terme d'accélération de Coriolis, alors là c'est un C majuscule, l'accélération de Coriolis du point P, qui va être deux fois le produit vectoriel de Omega avec la vitesse relative du point P. Donc cette accélération de Coriolis n'interviendra que lorsqu'il y a un mouvement relatif. Si le drone est immobile par rapport à la plateforme, il ne se passe rien. Et on a un terme d'accélération dite de l'air, AE de P, qui est le produit vectoriel de l'accélération angulaire avec la position relative du point P. Donc, on peut maintenant terminer notre analyse de la botanique du mouvement relatif. On a tout catalogué. L'accélération absolue du point P, c'est l'accélération absolue du point A plus l'accélération relative du point P plus l'accélération centripète du point P plus l'accélération de Coriolis du point P plus l'accélération de l'air du point P. Cette structure-là, on la retrouve évidemment dans le cas général lorsqu'on décrit un mouvement en coordonnées cylindriques ou en coordonnées sphériques. Alors, je vais peut-être rester sur ce transparent-là.

notes

résumé

70m 51s



- Accélérations : rotation du référentiel relatif

- Accélération centripète :

$$\vec{a}_c(P) = \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}_r(P)) \quad (10.45)$$

- Accélération de Coriolis :

$$\vec{a}_C(P) = 2 \vec{\Omega} \times \vec{v}_r(P) \quad (10.44)$$

- Accélération d'Euler :

$$\vec{a}_E(P) = \dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}_r(P) \quad (10.46)$$

- Accélération absolue et relative : point matériel P

$$\vec{a}_a(P) = \vec{a}_a(A) + \vec{a}_r(P) + \vec{a}_c(P) + \vec{a}_C(P) + \vec{a}_E(P) \quad (10.47)$$

Gaspard-Gustave de
Coriolis
1792 – 1843



Et puis, on va revenir maintenant sur l'âpe. Donc, si on prend le cas où on se place dans le référentiel de l'arbre, Le point matériel est au repos par rapport à la plateforme, mais la plateforme tourne, le point matériel tourne et monte et descend, mais par rapport à la plateforme, il ne bouge pas. Le terme d'accélération relative est nul. En revanche, l'accélération absolue du point P par rapport au sol, qui apparaît en bleu, va leur être la somme de l'accélération de l'origine de la plateforme en vert, plus un terme d'accélération centripète, vous remarquerez au passage qu'il est toujours dans un plan horizontal et toujours dirigé vers l'axe de rotation, Et puis, ici, il n'y a pas de terme d'accélération de Coriolis. Pourquoi ? Parce que le drone est immobile par rapport à la plateforme et que ce terme d'accélération de Coriolis fait intervenir la vitesse relative du drone. Par contre, il y a un terme d'accélération de l'air. Et ce terme d'accélération de l'air va être orthogonal au vecteur accélération angulaire qui lui est vertical, donc il se trouve dans un plan horizontal. Et comme on a un mouvement de rotation de la plateforme, il va être tangent au mouvement. C'est ces termes d'accélération tangentielle qu'on avait vus dans les équations écrites en coordonnées cylindriques et sphériques. Alors on peut aussi regarder ce qui se passe. Si on place le drone à repos dans le référentiel du sol, alors maintenant le terme d'accélération absolue est nul. En revanche, on va pouvoir voir le terme d'accélération relative qui apparaît ici en jaune par rapport à la plateforme. On a ce terme d'accélération centripète qui apparaît, puis maintenant il y a un terme d'accélération de Coriolis puisqu'il y a un mouvement relatif du point matériel par rapport à la plateforme qui apparaît ici. Et puis, il y a également le terme d'accélération de l'air. Donc, en jonglant

notes

résumé

72m 37s



- Accélérations : rotation du référentiel relatif

- Accélération centripète :

$$\vec{a}_c(P) = \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}_r(P)) \quad (10.45)$$

- Accélération de Coriolis :

$$\vec{a}_C(P) = 2 \vec{\Omega} \times \vec{v}_r(P) \quad (10.44)$$

- Accélération d'Euler :

$$\vec{a}_E(P) = \dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}_r(P) \quad (10.46)$$

- Accélération absolue et relative : point matériel P

$$\vec{a}_a(P) = \vec{a}_a(A) + \vec{a}_r(P) + \vec{a}_c(P) + \vec{a}_C(P) + \vec{a}_E(P) \quad (10.47)$$

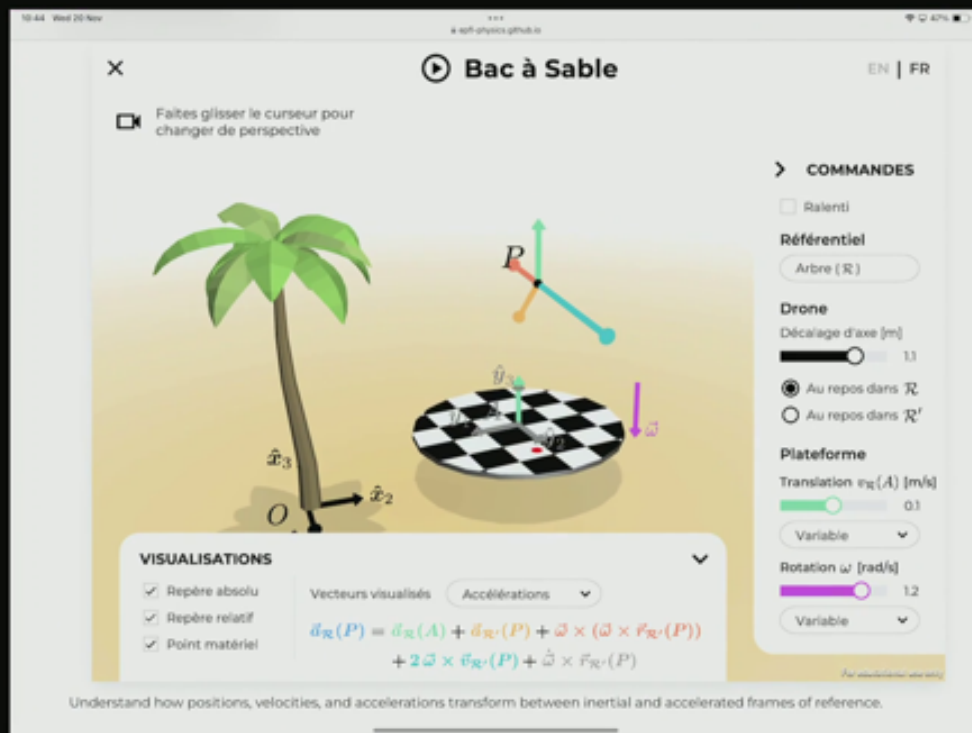
Gaspard-Gustave de
Coriolis
1792 – 1843



un petit peu avec les différents paramètres, vous allez tout pouvoir visualiser proprement. Je vous dis, cette application est absolument unique. D'accord ? En plus, on va maintenant pouvoir même visualiser les forces d'inertie qui vont

notes

résumé



apparaître dans la discussion, puisqu'on vient de terminer l'étude de la cinématique. Enfin, pas tout à fait, on a encore juste un style d'affaire. Et ensuite, on passera à la dynamique. Pour terminer l'étude de la cinématique, définissons encore rapidement l'accélération d'entraînement du point P, qui est l'accélération qu'a le drone, le point matériel P, lorsqu'il n'a pas de mouvement relatif.

notes

résumé

74m 51s



- Accélération absolue et relative : point matériel P

$$\mathbf{a}_a(P) = \mathbf{a}_a(A) + \mathbf{a}_r(P) + \mathbf{a}_c(P) + \mathbf{a}_C(P) + \mathbf{a}_E(P) \quad (10.47)$$

- Accélération d'entraînement : P immobile dans le référentiel relatif

$$\bar{\mathbf{a}}_e(P) = \quad (10.48)$$

- Vitesse et accélération relatives : pas de mouvement relatif

$$\mathbf{v}_r(P) = 0 \quad \text{et} \quad \mathbf{a}_r(P) = 0$$

- Accélération de Coriolis : pas de mouvement relatif

$$\mathbf{a}_C(P) = 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_r(P) = 0$$

- Relation entre les accélérations : (10.48) dans (10.47)

$$(10.49)$$

ici au bac à sable, s'il n'y a pas de mouvement relatif, il est au repos dans R' . Ce qui veut dire que l'accélération absolue en bleu du point matériel P , c'est la somme de l'accélération vers de l'origine du repère par rapport au sol, plus le terme d'entraînement, le terme d'accélération de Coriolis, et on a également un terme d'accélération de l'air. Donc écrivons ceci.

notes

résumé

75m 18s



relative : point matériel P

$$a(P) = a_c(P) + a_C(P) + a_E(P) \quad (10.47)$$

ent : P immobile dans le référentiel relatif

$$a_r(P) = 0 \quad (10.48)$$

n relatives : pas de mouvement relatif

$$a_r(P) = 0$$

lis : pas de mouvement relatif

$$= 0$$

ations : (10.48) dans (10.47)

$$a(P) = a_c(P) + a_C(P) \quad (10.49)$$

10.2.4 Forces d'inertie

- Loi du mouvement absolu

- Relation entre les accélérations

$$a_a(P) = a_a(A) + a_r(P)$$

- Loi du mouvement absolu

- Référentiel relatif : la seule interprétation physique de l'accélération relative $a_r(P)$

- Loi du mouvement relatif

- Lois du mouvement : les lois du mouvement absolu (10.50) ont une interprétation physique de l'accélération relative $a_r(P)$ différente. Dans le référentiel

L'accélération d'entraînement du point P , c'est l'accélération absolue du point A , qui était en vert, plus l'accélération centripète du point P , qui était en orange-rouge, plus l'accélération de l'air du point P . Vous voyez qu'il y a deux termes d'accélération qui n'apparaissent pas parmi les cinq. C'est le terme d'accélération relative, car il n'y a pas de mouvement relatif. Mais s'il n'y a pas de mouvement relatif, il n'y a pas non plus de vitesse relative. Or, l'accélération de Coriolis est construite sur la vitesse relative. S'il n'y a pas de vitesse relative, il n'y a pas d'accélération de Coriolis. C'est pour ça que sur les cinq termes possibles, vous n'en voyez que trois. Et donc, l'accélération absolue du point P , c'est la somme de l'accélération d'entraînement du point P plus l'accélération relative du point P . Mais ça ne s'arrête pas là. Contrairement aux vitesses, il y a encore un terme supplémentaire qui est l'accélération de Coriolis du point P .

notes

résumé

75m 44s



EPFL

50)

47)

51)

e

52)

28 / 47

10.2.4 Forces d'inertie

- Forces d'inertie :
 - Force inertielle : (10)
 - Force centrifuge : (10)
 - Force de Coriolis : (10)
 - Force d'Euler : (10)
- Force d'entraînement : force d'inertie exercée sur le point matériel au repos dans le référentiel accéléré où $v_r(P) = 0$ (10)

Dr. Sylvain Bréchet
10 - Système de masse variable et référentiels accélérés

On va maintenant, sur la slide qui vient, faire le lien, qui est peut-être l'un des liens les plus importants du cours, entre le mouvement absolu et le mouvement relatif. On aimerait faire de la dynamique. D'accord ? Alors, la loi du mouvement absolu, vous la connaissez bien, la somme des forces extérieures, c'est le produit de la masse pour l'accélération absolue du point P. Tout va bien. Vous avez dans le membre de droite l'effet tel qu'on l'observe dans le référentiel absolu qui est l'accélération absolue du point P, l'accélération absolue du drone. Ce qu'on sait, c'est que cette accélération absolue du drone peut la décomposer en morceaux, comme on vient de le faire. Et si on se place dans le référentiel de la plateforme, qu'est-ce qu'on voit ? Le seul effet qu'on va voir, c'est l'accélération relative du point P. Les autres termes d'accélération, on ne va pas les voir. D'accord ? Donc maintenant, on peut prendre cette relation, la substituer dans la loi du mouvement absolu et la réécrire, pour l'instant c'est juste des maths, comme la somme des forces extérieures qui est égale au produit d'une masse fois les différents termes d'accélération, l'accélération absolue du point A, plus l'accélération relative du point P, plus l'accélération centripète du point P, plus l'accélération de Coriolis du point P, plus l'accélération de l'air du point P. D'accord ? Bon. Maintenant, si on fait de la physique avec une interprétation claire dans le référentiel de la plateforme, quand on regarde le drone, le seul terme d'accélération qu'on voit, c'est celui lié au mouvement relatif du drone par rapport à la plateforme. Ça paraît raisonnable. Seulement, cette équation mathématique, on ne peut pas simplement la prendre et dire que tous les autres termes sont nuls. Ce n'est pas vrai. Ce n'est pas ce qui se passe. C'est plus subtil que ça. Cette équation mathématique, elle doit rester la même même dans

notes

résumé

76m 48s

- Forces d'inertie :

- Force inertielle :

(10)

- Force centrifuge :

(10)

- Force de Coriolis :

(10)

- Force d'Euler :

(10)

- Force d'entraînement : force d'inertie exercée sur le point matériel au repos dans le référentiel accéléré où $\mathbf{v}_r(P) = \mathbf{0}$

(10)

le référentiel relatif. En revanche, on doit avoir, en termes d'interprétation de physique, dans le membre de droite uniquement le produit de la masse fois l'accélération relative du point P. Qu'est-ce qu'on va donc faire ? On va prendre tous les autres termes qui sont ici, et ces termes-là, on va les substituer dans le membre de gauche. Si on les substitue dans le membre de gauche, il faudra les multiplier par un signe moins. D'accord ? Et donc, maintenant, on aura la loi du mouvement relatif. C'est une tautologie mathématique, seulement que la relation de causalité, la relation de cause à effet aura changé, puisqu'il y a des termes qui apparaissent comme de nouvelles forces et que les effets sont différents également. Il n'y a qu'un seul effet, l'effet lié au mouvement relatif. D'accord ? Donc, on va écrire la loi du mouvement relatif. La somme des forces extérieures moins le produit de la masse fois l'accélération absolue du point A plus l'accélération centripète du point P plus l'accélération coriolis du point P plus l'accélération de l'air du point P est égale au produit de la masse fois l'accélération relative du point P. Ça, c'est lourde conséquence parce que Les termes que vous voyez ici sont des forces, comme pour la poussée. Ce sont des forces qui vont donner lieu à un mouvement qui, en absence de force extérieure, ne sera plus un mouvement rectiligne uniforme dans le référentiel relatif. Prenez l'ogéno. Dans le référentiel relatif en rotation de la buse, qu'est-ce que vous avez vu ? C'est la force centrifuge et la force de Coriolis. D'accord ? Mais dans le cas général, il y en aura quatre. Il y aura la force centrifuge, la force de Coriolis, deux autres forces qui sont la force inertielle, ainsi que la force de l'air. Alors, on va commencer par la force de l'air. La force de l'air, c'est la force de

notes

résumé

EPFL

50)

47)

51)

e

52)

28 / 47

10.2.4 Forces d'inertie

- Forces d'inertie :
 - Force inertielle : (10)
 - Force centrifuge : (10)
 - Force de Coriolis : (10)
 - Force d'Euler : (10)
- Force d'entraînement : force d'inertie exercée sur le point matériel au repos dans le référentiel accéléré où $v_r(P) = 0$ (10)

Dr. Sylvain Bréchet

10 - Système de masse variable et référentiels accélérés

l'air. La force de l'air, c'est la force de l'air. La force de l'air, c'est la force de l'air. les catalogues, d'accord ?

notes

résumé

- Loi du mouvement relatif : (10.53) – (10.56) dans (10.52)

(10.58)

- Force d'inertie :

(10.59)

- Loi du mouvement relatif : (10.59) dans (10.58)

(10.60)

- Loi du mouvement absolu :

$$\sum \mathbf{F}^{\text{ext}} = m \mathbf{a}_a(P) \quad (10.50)$$

- Lois du mouvement : les termes d'accélération multipliés par la masse dans la loi du mouvement absolu deviennent des forces d'inertie dans la loi du mouvement relatif.

Commençons par la force inertielle. Cette force inertielle, c'est moins le produit d'une masse fois l'accélération absolue du point A, d'accord ? Celle qui était liée dans l'application au fait que la plateforme monte et descende, oui ? C'est une très bonne question, je vais y répondre maintenant. Alors, vous anticipez ? C'est très bien. La force centrifuge, justement, c'est quoi ? C'est moins le produit de la masse fois l'accélération centripète du point P. Alors, écrivons-la en détail. C'est moins la masse fois le produit vectoriel de ω avec le produit vectoriel de ω avec la position relative du point P. L'accélération centripète, vous le savez tous, quand on a un mouvement de rotation, un mouvement circulaire, l'accélération centripète est orientée radialement vers le centre. D'accord ? Comment est-ce qu'on trouve la force centrifuge ? En multipliant l'accélération centripète par la masse, et il faut multiplier par moins un. Ce qui veut dire que le vecteur force centrifuge sera aussi un vecteur radial, seulement il sera orienté radialement vers l'extérieur. Il fuit le centre, d'où le terme centrifuge. D'accord ? Alors, s'il vous plaît, à l'examen et en exercice, je ne veux pas voir d'accélération centrifuge. Ça ne veut rien dire. D'accord ? Les accélérations sont centripètes. Par contre, je ne veux pas voir non plus de force centripète. Les forces sont centrifuges. D'accord ? Voilà. Ça dépend de quel référentiel on parle, où est-ce qu'on est. Donc si le plateau tourne par rapport au référentiel du sol, il y a une accélération centripète. Si on se place dans le référentiel du plateau tournant, il y a une force centrifuge. Il y a des situations compliquées où on peut avoir les deux, on en verra ensemble en exercice. De la même manière, la force de Coriolis Ça va être moins le produit de la masse fois l'accélération de Coriolis du point P, c'est-à-dire que c'est moins deux fois la

notes

résumé

80m 54s



- Loi du mouvement relatif : (10.53) – (10.56) dans (10.52)

(10.58)

- Force d'inertie :

(10.59)

- Loi du mouvement relatif : (10.59) dans (10.58)

(10.60)

- Loi du mouvement absolu :

$$\sum \mathbf{F}^{\text{ext}} = m \mathbf{a}_a(P) \quad (10.50)$$

- Lois du mouvement : les termes d'accélération multipliés par la masse dans la loi du mouvement absolu deviennent des forces d'inertie dans la loi du mouvement relatif.

masse fois le produit vectoriel du vecteur vitesse angulaire ω avec la vitesse relative du point P. Et il reste une dernière force qui est la force de l'air. c'est moins le produit d'amas fois l'accélération de l'air du point P. Donc c'est moins l'amas fois la dérivée temporelle de la vitesse angulaire avec la position relative du point P. Alors, si maintenant le point matériel est au repos dans le référentiel accéléré, sa vitesse relative est nulle, Donc, son accélération de Coriolis est nulle, donc la force de Coriolis est nulle. D'accord ? Et puis, son accélération relative est nulle aussi. Bon, très bien. Et donc, dans ce cas-là, on peut définir une force d'entraînement qui va être moins le produit de la masse fois l'accélération d'entraînement du point P, qui va se traduire par la somme de la force inertielle, de la force... de la force centrifuge et de la force de l'air. Voilà. On va écrire les choses de manière un peu plus synthétique, c'est juste de la remise en forme.

notes

résumé

① Voiture : trajectoire courbe

- Référentiel de la terre : accélération centripète a_c
- Référentiel de la voiture : force centrifuge F_c

② Jet d'eau : en rotation

- Référentiel du sol : accélérations centripète a_c et de Coriolis a_C
- Référentiel de la buse : forces centrifuge F_c et de Coriolis F_C

③ Feutre : sur plateau en rotation

- Référentiel du sol : accélérations centripète a_c et de Coriolis a_C
- Référentiel du plateau : forces centrifuge F_c et de Coriolis F_C



Maintenant, si on revient sur la loi du mouvement, on a d'une part la somme des forces extérieures, d'autre part ces différentes forces d'immersion, la force inertielle, plus la force centrifuge, plus la force de Coriolis, plus la force de l'air, qui vont être égales aux produits de la masse pour l'accélération relative du point P. De manière synthétique, on peut donc écrire que la somme des forces d'inertie, c'est justement ces forces qu'on vient d'introduire, la force inertielle, la force centrifuge, la force de Coriolis ainsi que la force de l'air. Et donc, la loi du mouvement relatif, on peut l'écrire de manière condensée sous la forme suivante. La somme des forces extérieures auxquelles on doit ajouter la somme des forces d'inertie est égale au produit de la masse fois l'accélération relative du point P. Et donc on peut contraster cette équation du mouvement relatif dans le référentiel accéléré à l'équation du mouvement absolu dans le référentiel absolu. Dans le référentiel absolu, on a à gauche uniquement les forces extérieures, à droite le produit d'une masse fois l'accélération absolue. Dans le référentiel relatif, on a à gauche des causes supplémentaires qui sont ces forces d'inertie, qui se traduit par le fait qu'on a uniquement dans le monde de droite le terme d'accélération relative multipliée par la masse. Mais ceci et cela, c'est blanc bonnet, bonnet blanc. C'est simplement la relation de cause à effet qui a été interprétée différemment mais l'équation mathématique est la même. D'accord ? On n'a pas fait des nouvelles maths. C'est une tautologie mathématique, mais physiquement c'est essentiel pour comprendre ce qui se passe. Alors souvent on entend dire, et c'est d'ailleurs souvent le cas, j'ai envie de dire, pour la physique qui enseigne en France, on parle de forces fictives. On en parle aussi parfois aux Etats-Unis. Je déteste ce terme et je vais vous dire pourquoi. Ce n'est pas des forces fictives, elles

notes

résumé

84m 19s



① Voiture : trajectoire courbe

- Référentiel de la terre : accélération centripète a_c
- Référentiel de la voiture : force centrifuge F_c

② Jet d'eau : en rotation

- Référentiel du sol : accélérations centripète a_c et de Coriolis a_C
- Référentiel de la buse : forces centrifuge F_c et de Coriolis F_C

③ Feutre : sur plateau en rotation

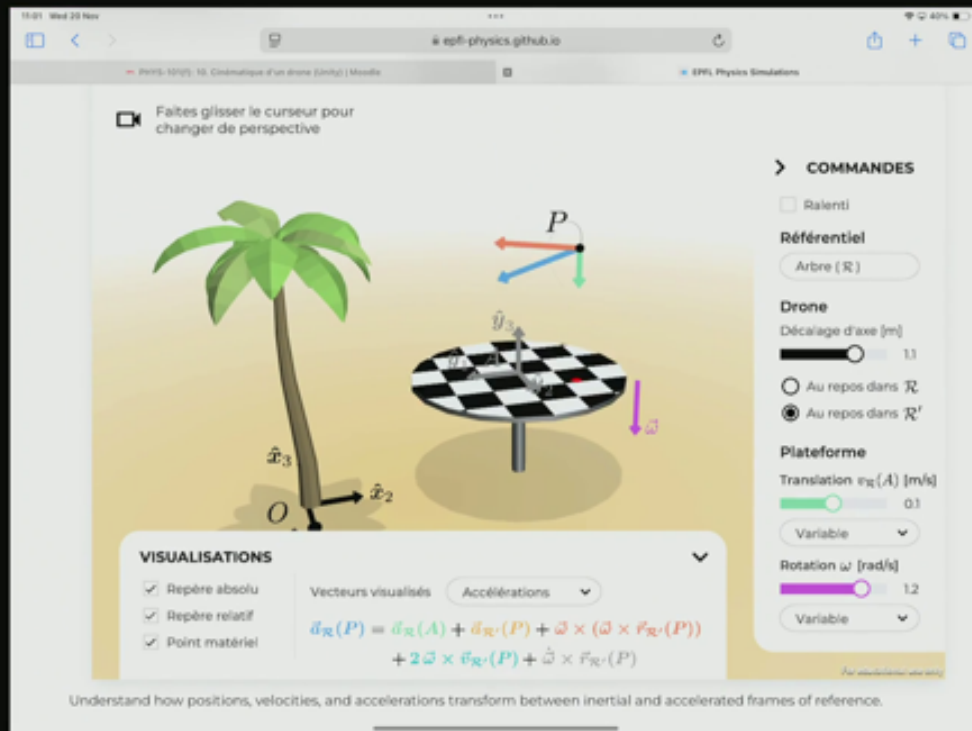
- Référentiel du sol : accélérations centripète a_c et de Coriolis a_C
- Référentiel du plateau : forces centrifuge F_c et de Coriolis F_C



sont tout à fait réelles. Imaginez par exemple que vous avez un ami qui a une belle Ferrari, qui vous amène faire

notes

résumé



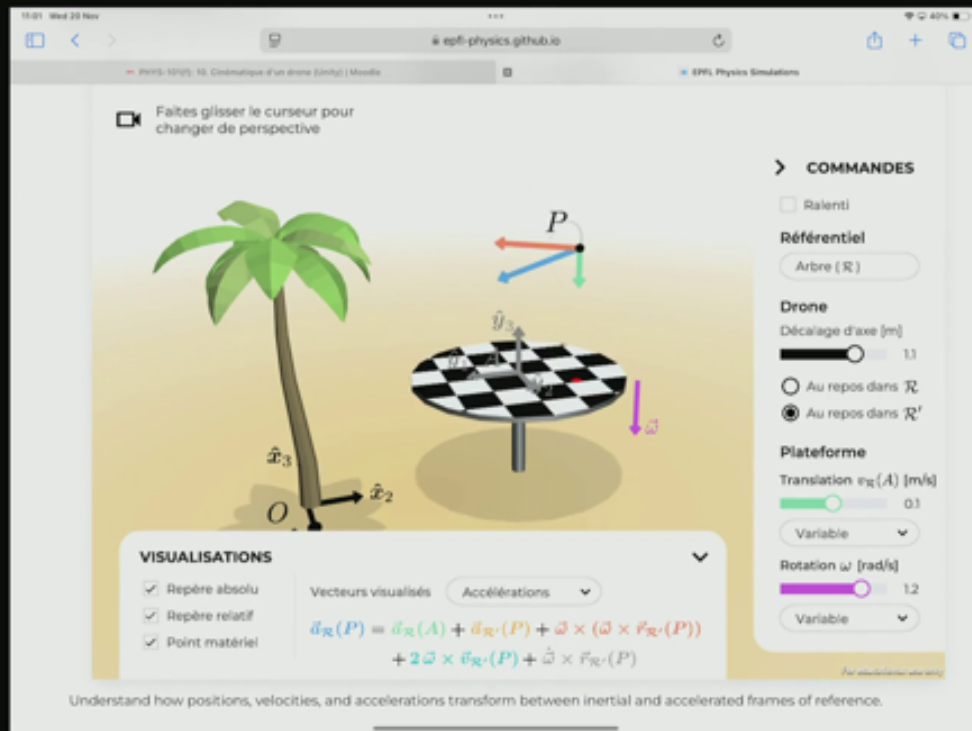
un tour dans les Alpes-Maritimes, et puis vous montez le long d'un col quelque part dans l'arrière-pays, disons autour de Nice. Et puis si vous regardez le virage, si la voiture prend un virage comme c'est le cas ici, vous allez avoir une accélération centripète qui est orientée vers l'intérieur du virage quand vous décrivez le mouvement de la voiture par rapport au référentiel d'inertie de la terre. Si maintenant vous êtes passager sur le siège avant, le conducteur qui veut vous montrer un peu de quoi est capable sa Ferrari à une conduite plutôt sportive. D'accord ? Et alors, qu'est-ce qui va se passer ? C'est clair. Si le virage est pris de manière rapide, vous allez sentir une force qui n'est pas fictive du tout. Vous êtes vraiment poussé vers l'extérieur du véhicule. Vous êtes d'accord ? D'accord ? Cette force, c'est la force centrifuge. D'accord ? Donc, dans le référentiel du sol, vous avez l'accélération centripète. Dans le référentiel de la voiture, vous avez une force centrifuge. Si vous remplacez la Ferrari par une limousine avec des vitres teintées, c'est de nuit, vous ne voyez absolument rien du tout, vous sentez clairement qu'il y a une force qui vous pousse. Elle n'est pas fictive, elle est bien réelle. Simplement, on est en train de parler de référentiels différents. Dans le cas du jet d'eau maintenant, par rapport au référentiel du sol, il y a une accélération centripète liée à la rotation de la buse par rapport au sol. Alors que si on se place dans le référentiel de la buse en rotation, on se retrouve avec une force centrifuge, cette force centrifuge qui fait que globalement dans leur mouvement de rotation, les gouttes d'eau vont s'éloigner du centre. Il y a également dans le référentiel du sol une accélération de Coriolis liée au mouvement relatif des gouttes d'eau et à la rotation. Cette accélération de Coriolis va

notes

résumé

86m 25s

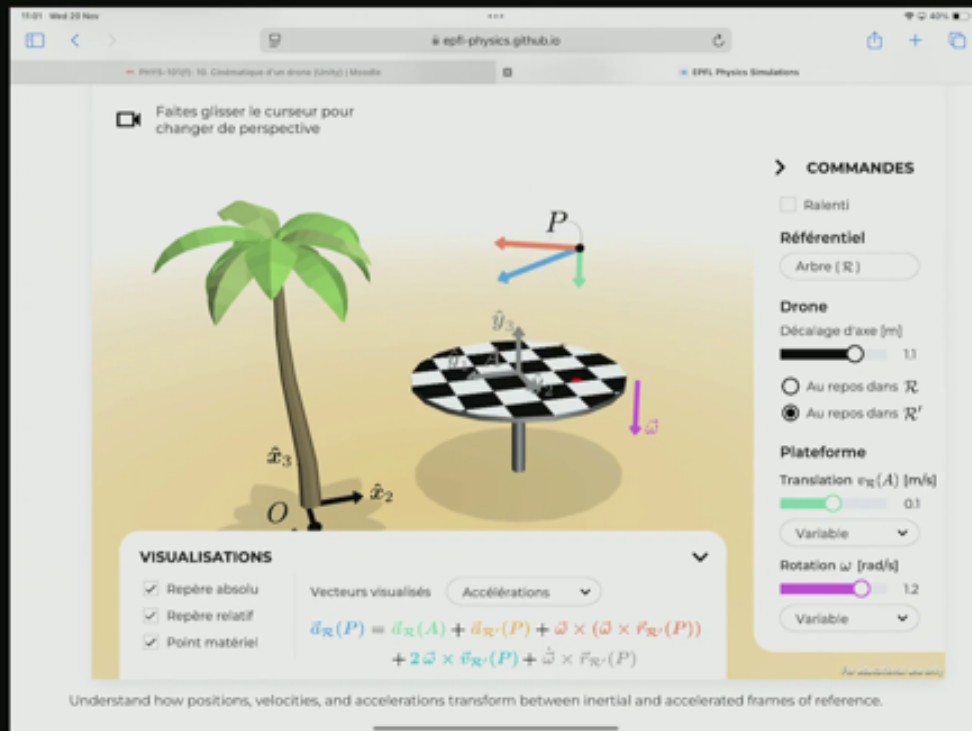




se traduire dans le référentiel de la caméra et de la bugue en rotation par une force de Coriolis qui courbe la trajectoire. S'il n'y avait que la force de Coriolis, on aurait un mouvement circulaire uniforme. Comme il y a la force de Coriolis et en même temps la force centrifuge, on a une forme de spirale. Alors ceci, on peut le voir rapidement avec l'expérience du plateau tournant. Donc, si... Bon, vous savez ce qui se passe si on lâche simplement le feutre sans que le plateau tourne. On aura un mouvement rectilunifforme par rapport au plateau. On ne va pas la refaire. On va faire la deuxième version où on a un mouvement... Voilà, on a un mouvement de l'ensemble. Alors, où est la petite barre ? Normalement, il y a toujours une petite barre qui vient avec. Je ne la vois pas. Bon, on va le faire à la main. OK. Voilà. Alors maintenant, ce qu'on avait déjà vu en s'entendant au chapitre 5, on le revoit maintenant et on le comprend. Vous voyez la trajectoire liée au mouvement relatif du feutre par rapport au référentiel accéléré, au référentiel en rotation du plateau. D'accord ? Donc, prenons un point qui est ici, par exemple. La vitesse relative, elle est tangente à la trajectoire, elle est là. Ça, c'est v_r de p . Ensuite, Le plateau tournait dans ce sens, puisque la déviation se fait vers l'arrière. Donc, il tournait dans ce sens. Le vecteur vitesse angulaire, il sort du plan. D'accord ? Si on regarde la forme de la force centrifuge, on part d'ici. On a les traitillés. elle est orientée vers l'extérieur, comme ça. Ça, c'est FC de P , le stylo bave. C'est FC, le stylo bave, un peu. D'accord ? Puis on a la force de Coriolis, qui, elle, est orthogonale à la trajectoire, puisqu'elle est orthogonale à Ω , qui est verticale, elle est orthogonale

notes

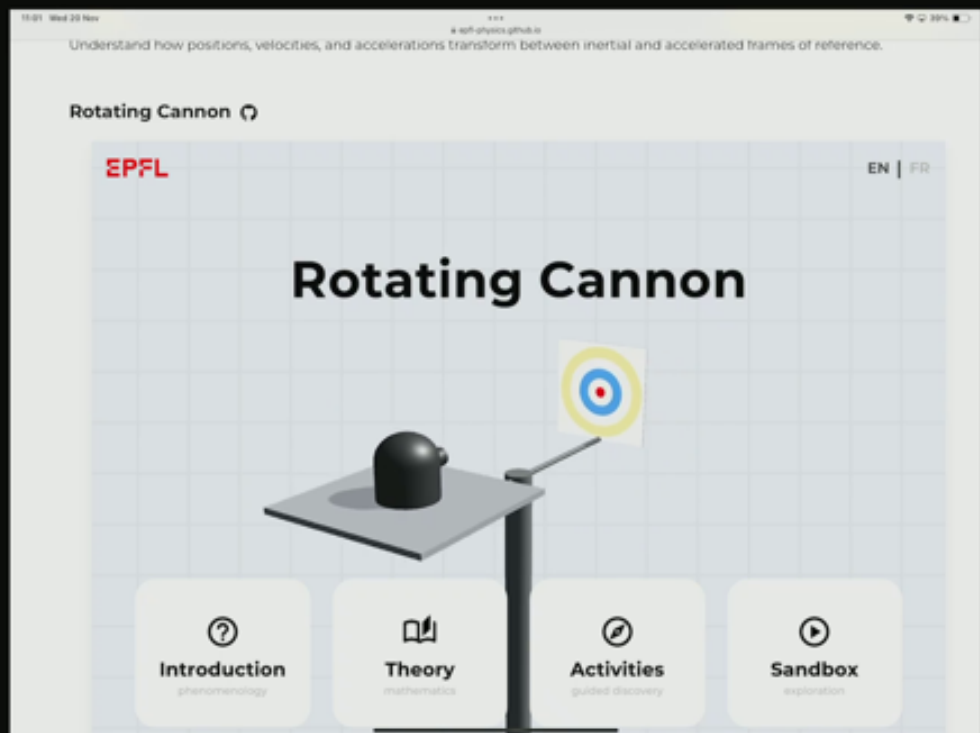
résumé



à VR. OK ? Donc, l'action combinée de la force de Coriolis et de la force de centrifuge produit cette trajectoire. On peut le faire en un autre point, ici, par exemple. Ça sera similaire, vous avez la force centrifuge qui est ici, la force de Coriolis qui est comme ceci. D'accord ? Et donc, en chaque point, la somme vectorielle de la force de Coriolis et de la force centrifuge donne lieu à ces trajectoires courbées que vous pouvez observer dans le référentiel en rotation. Il n'y a pas de force de l'air. Pourquoi ? Parce que le plateau tourne à vitesse angulaire constante. Il n'y a pas de force inertielle parce que l'origine est immobile, l'accélération est nulle. D'accord ? Alors, avant de prendre la pause, J'aimerais encore vous montrer l'expérience du jour, celle du fusil tournant. D'accord ? Alors, si vous n'aimez pas les coups de fusil, vous pouvez vous boucher les oreilles. Si vous avez quelques craintes, des appréhensions, vous pouvez reculer dans la salle, je le prends pas mal, il n'y a pas de soucis, parce que je vais envoyer la balle sur la cible avec une cible qui est orientée vers vous. On va faire tourner le fusil, d'accord ? Et si on fait tourner le fusil, qu'est-ce qu'on va voir ?

notes

résumé



Alors, on va voir la chose suivante. Vous avez ici un fusil tournant, un canon en rotation avec une cible. C'est exactement la situation qu'on retrouve là.

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

résumé

92m 10s



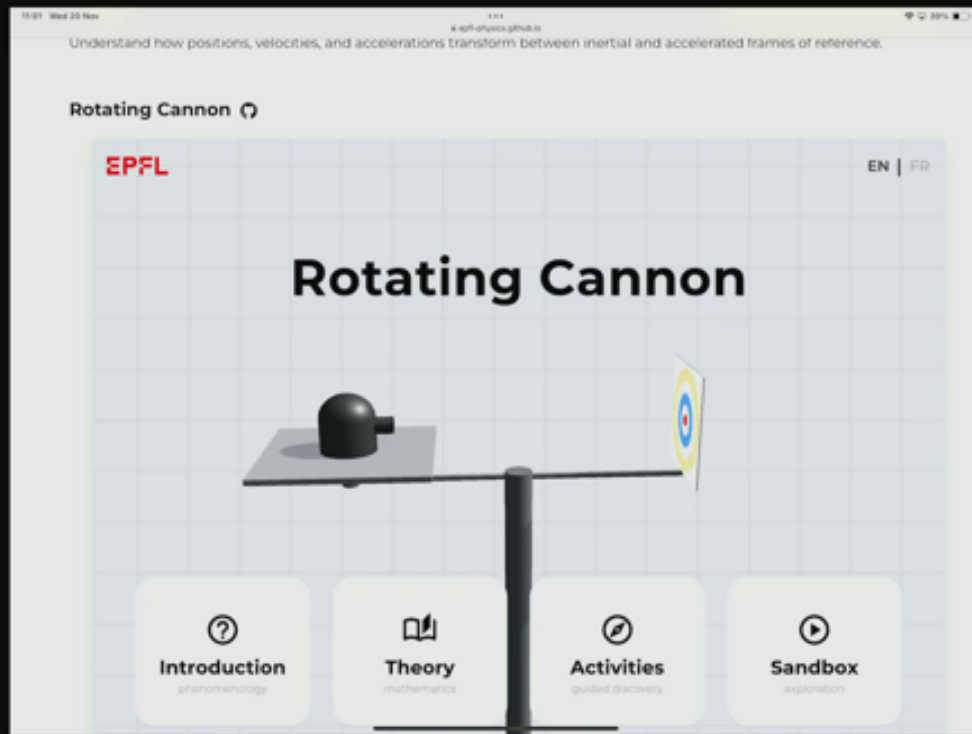
.....

.....

.....

.....

.....



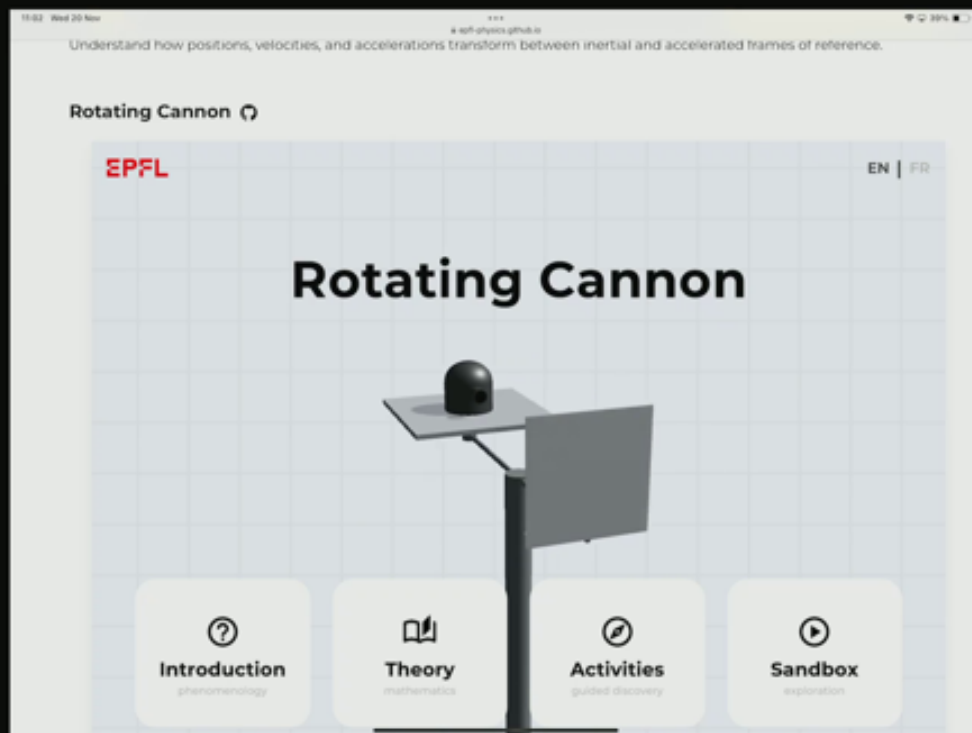
Donc, lorsque la balle sort du canon, par rapport au référentiel du sol, elle a un mouvement rectiligneforme. Seulement, comme le canon et la cible tournent, que va-t-il se passer ? Par rapport au référentiel du canon en rotation, la balle est déviée. Il y a une force de Coriolis et il y a une force centrifuge.

notes

résumé

92m 23s





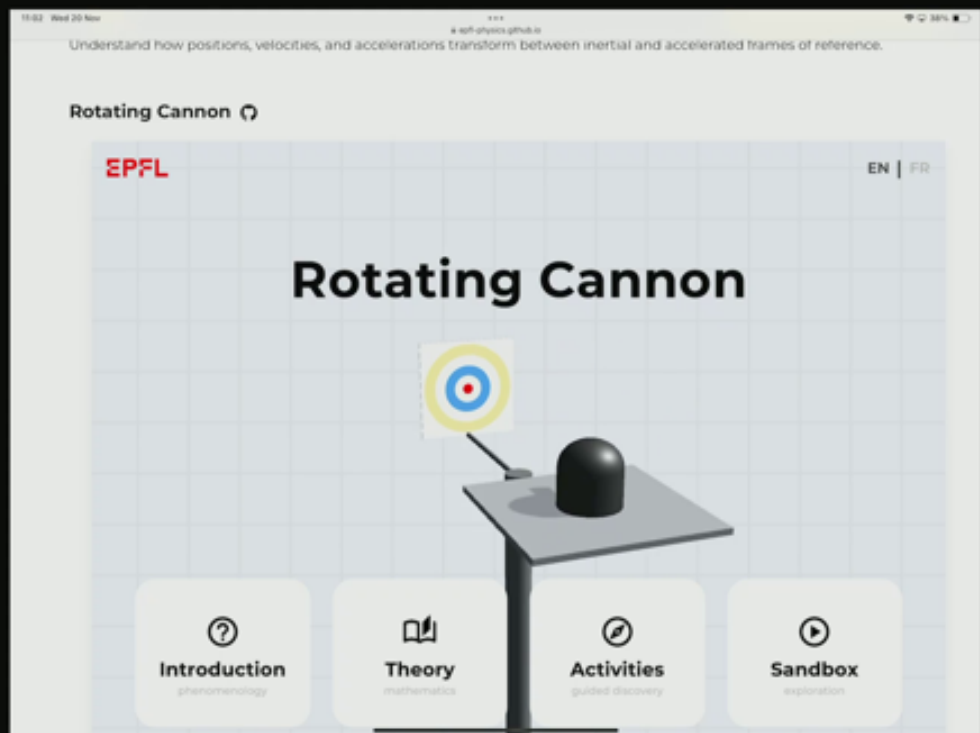
On va les voir dans quelques instants, mais d'abord, on va faire ensemble l'expérience qui est sur la caméra numéro 1. Donc...

notes

résumé

92m 42s





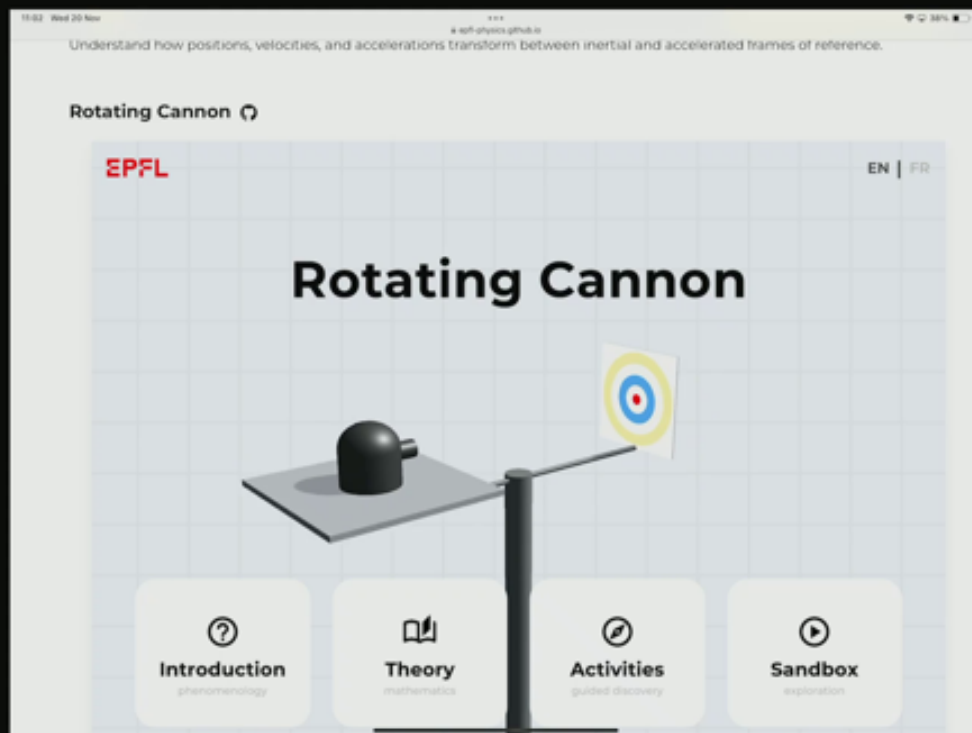
Je vais ici... enclencher le dispositif voilà d'abord dans un premier temps je ne fais pas tourner

notes

résumé

92m 54s





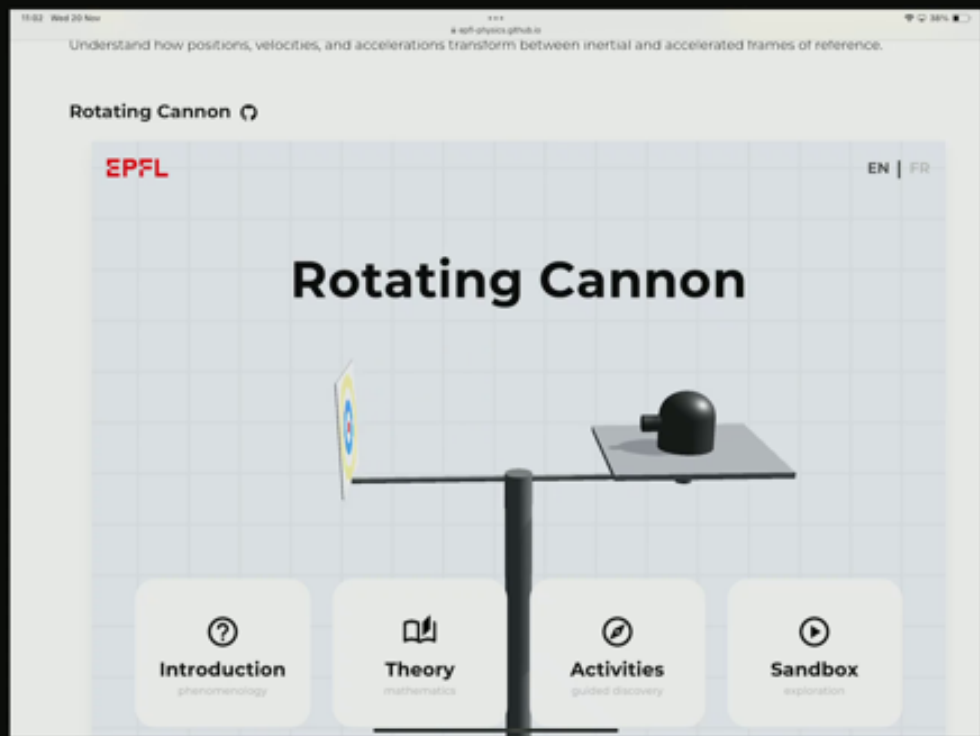
le canon d'accord j'arme le fusil et je vais tirer 1 2 3 en plein dans le mille quand même

notes

résumé

93m 4s





je me suis exercé pendant des semaines pour y arriver d'accord maintenant ça va être plus fun je vais faire tourner l'ensemble d'accord Vous êtes prêts ?

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

résumé

93m 16s



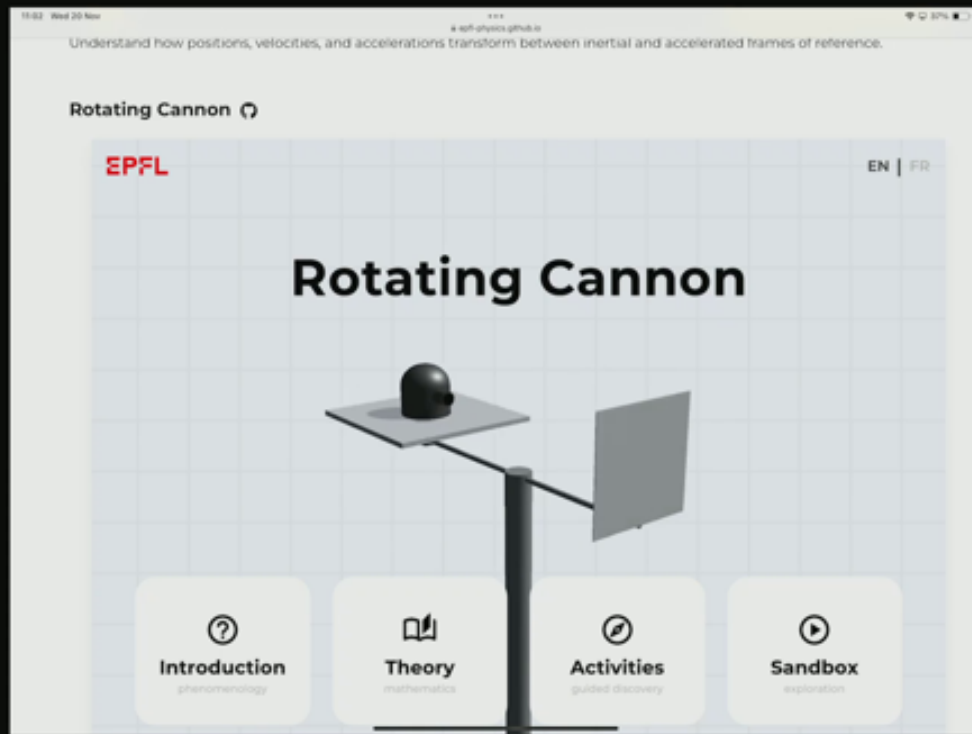
.....

.....

.....

.....

.....



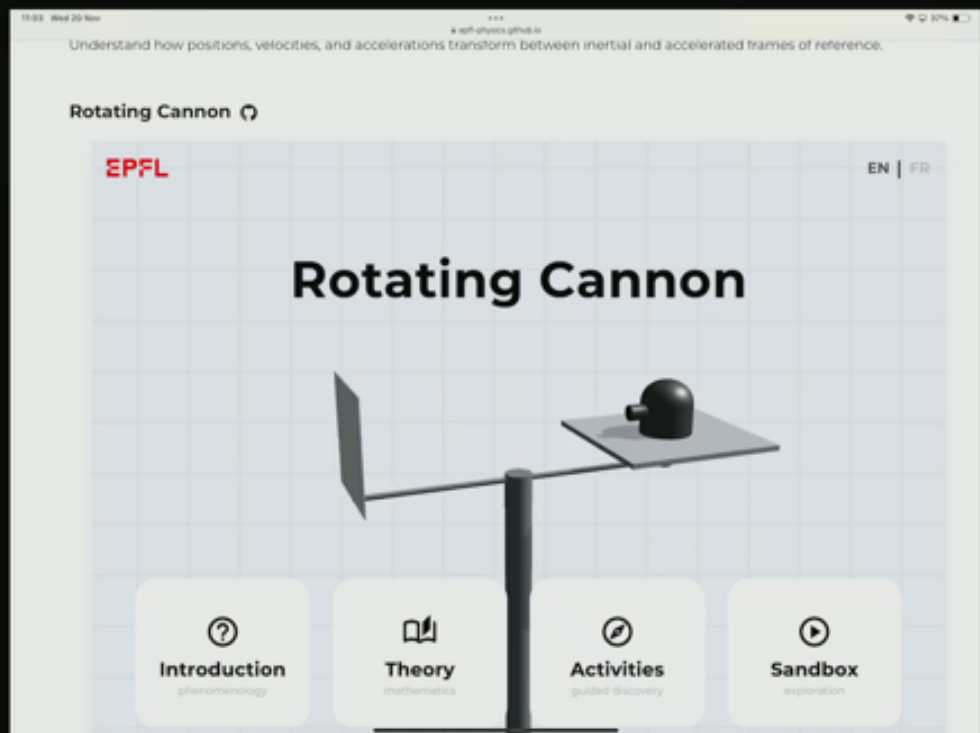
On va y aller aussi fort que possible. Le coup est parti.

notes

résumé

93m 32s





La déviation. Alors, voilà. Donc le coup est parti. Comme l'ensemble tournait dans le sens trigonométrique, le coup est parti, mais la cible a continué à tourner.

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

résumé

93m 41s



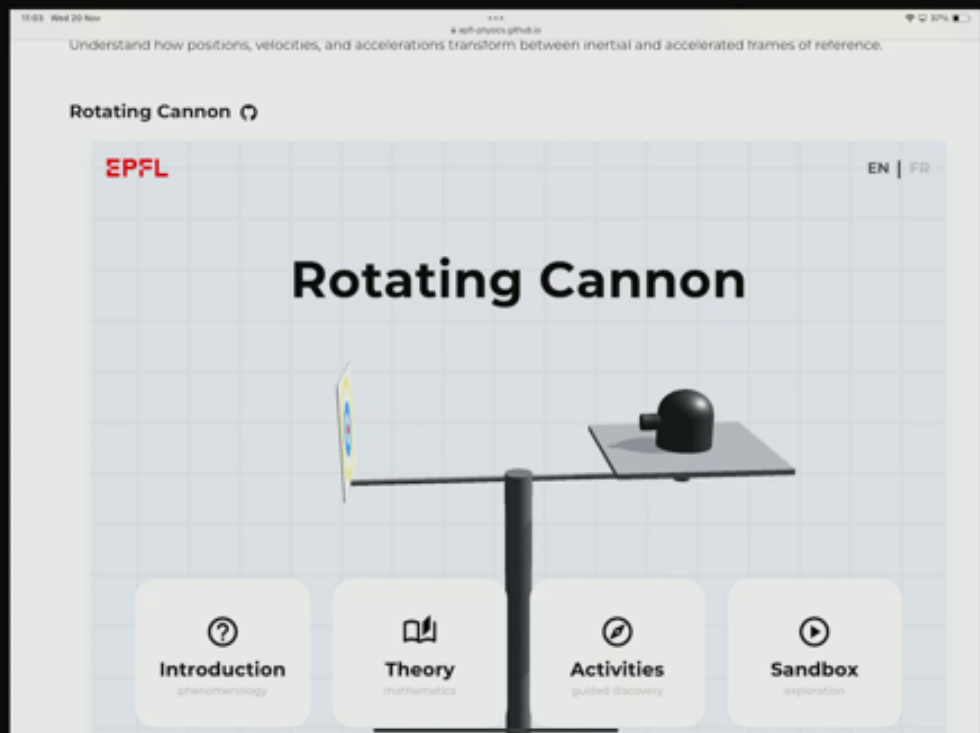
.....

.....

.....

.....

.....



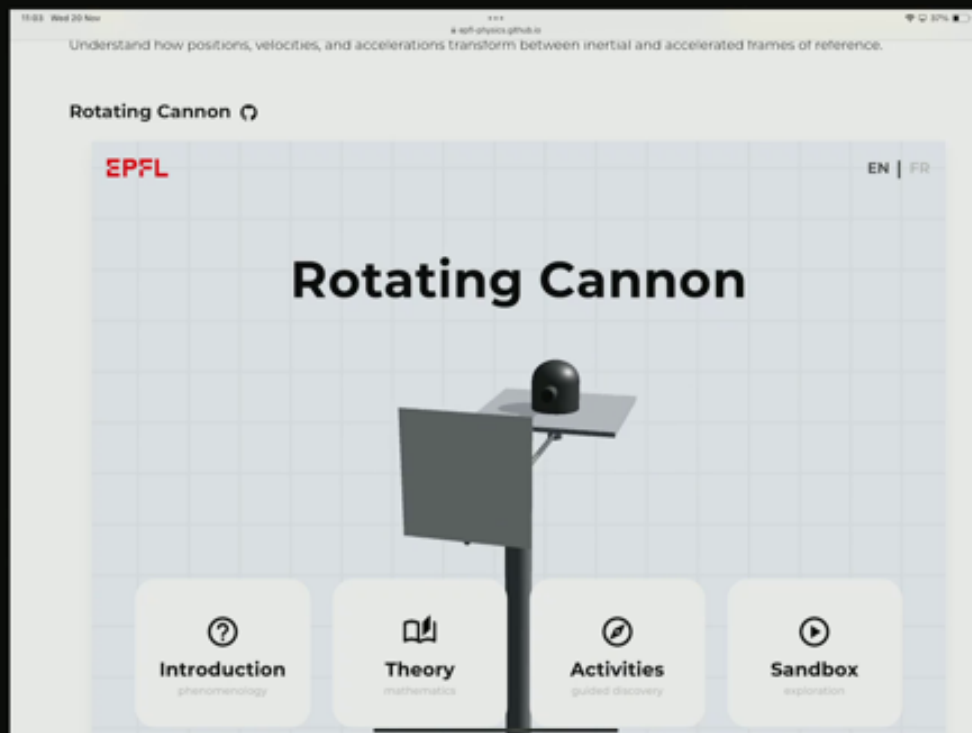
Donc il y a une déviation ici qui a eu lieu vers la droite. Parce qu'on a fait tourner l'ensemble dans ce sens, dans le sens trigonométrique. Maintenant, on va le faire tourner en sens opposé. Alors, je vais armer le fusil.

notes

résumé

93m 59s





Ok ? Donc, je disais... Oui, on va faire tourner dans ce sens.

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

résumé

94m 12s



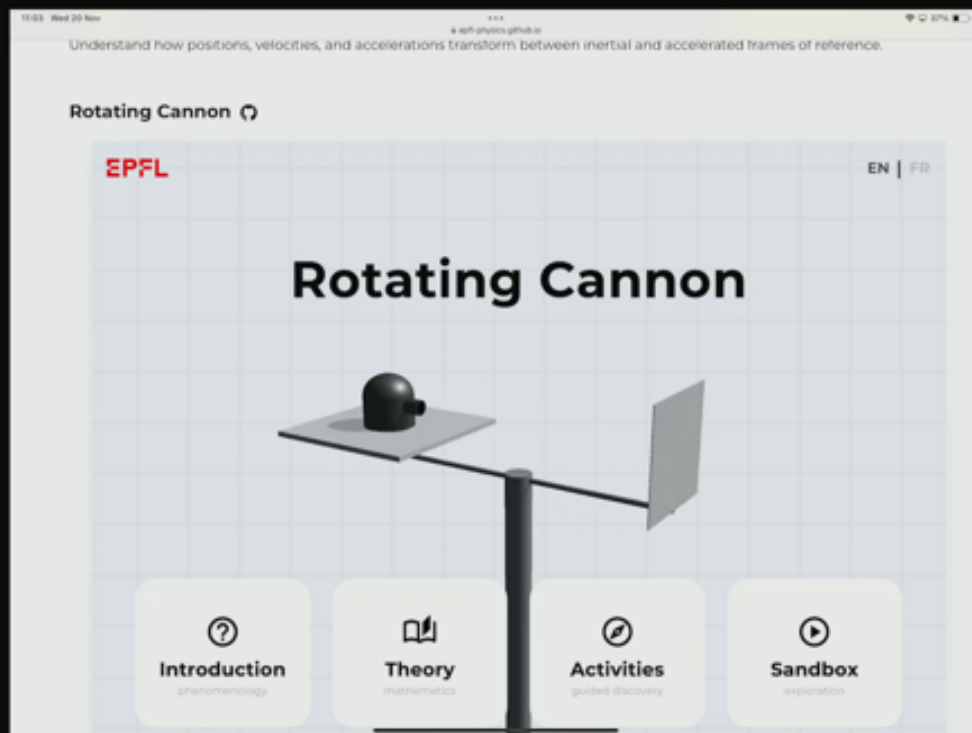
.....

.....

.....

.....

.....



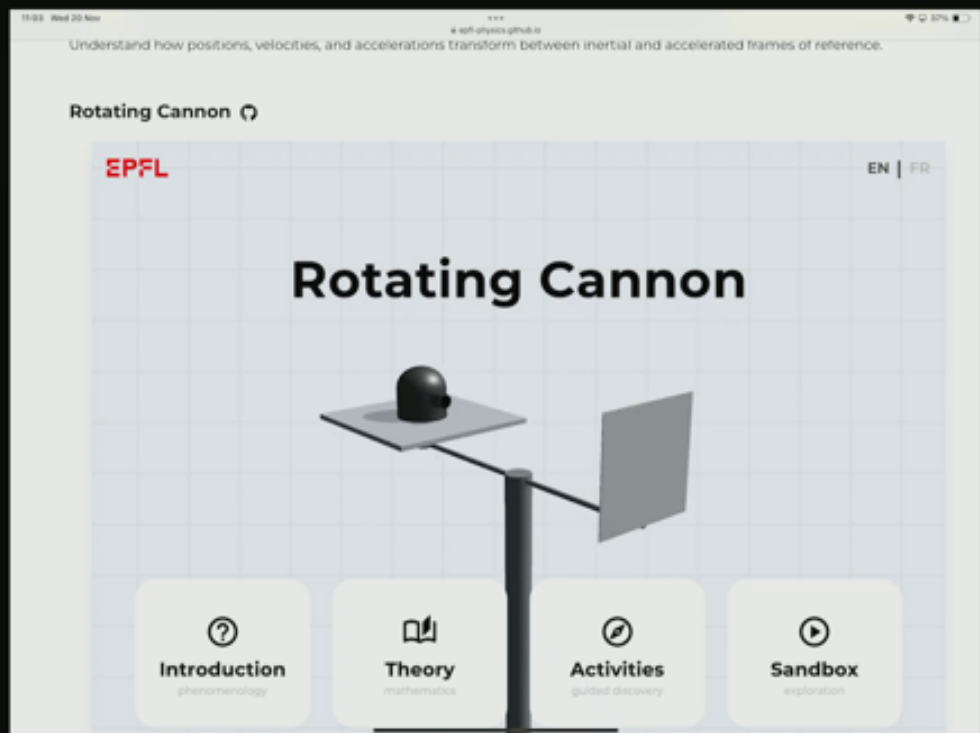
Donc, on va lancer le fusil aussi rapidement que possible en rotation.

notes

résumé

94m 20s





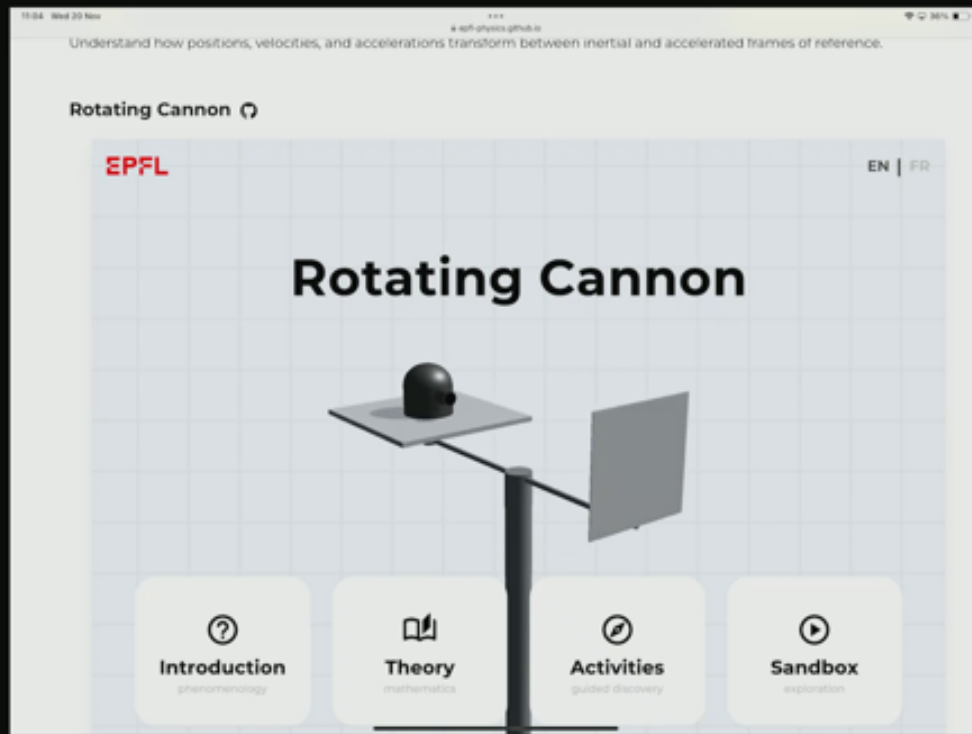
Un, deux, trois. Quand vous êtes prêts... Vous voyez ? Symétrique de l'autre côté.

notes

résumé

94m 28s





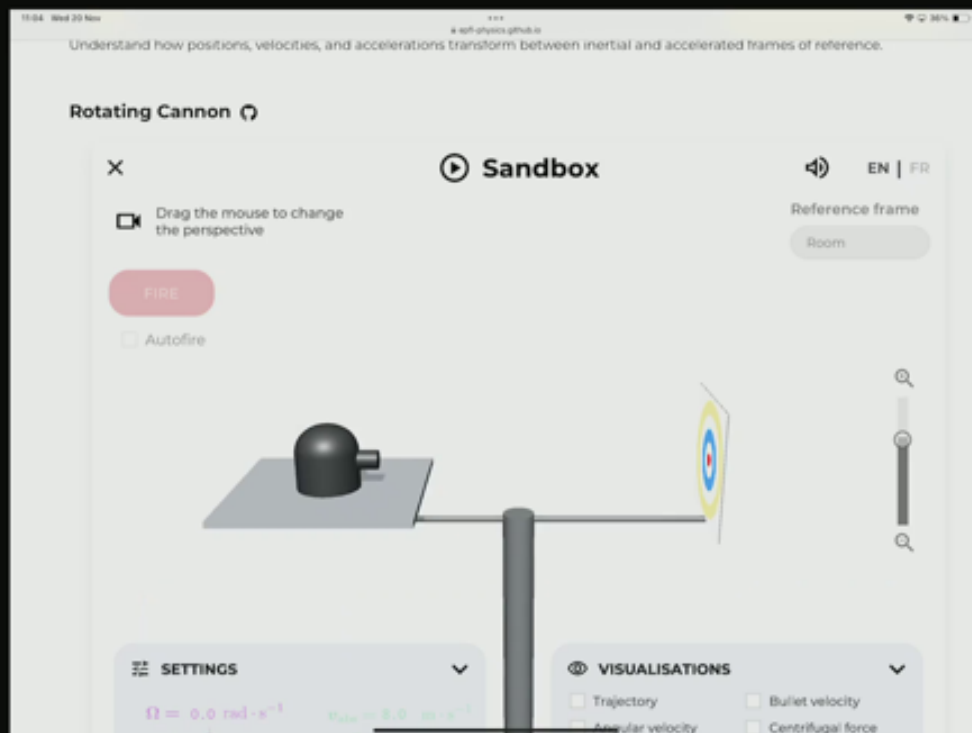
Quelles sont les forces qui sont intervenues ? On a un mouvement de rotation qui se fait à vitesse angulaire constante. Donc, dans nos forces d'inertie, Ω va apparaître. Il y en a trois qui sont possibles. La force centrifuge, la force de Coriolis et la force de l'air. Ω étant constant, il n'y a pas d' $\dot{\Omega}$, la force de l'air est nulle.

notes

résumé

94m 41s





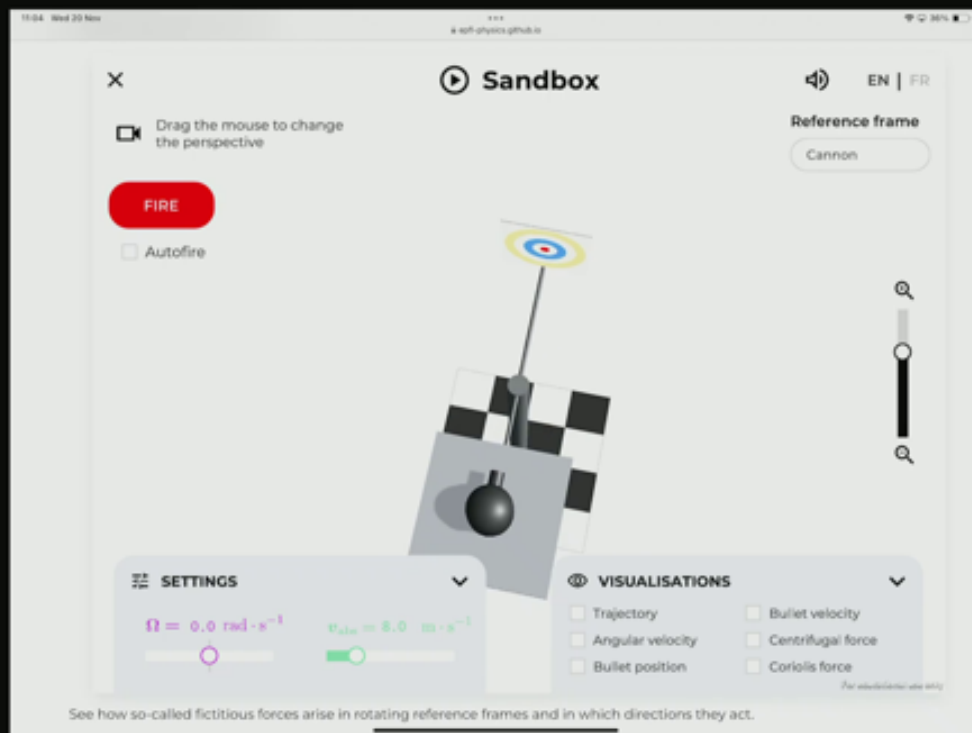
Donc, les forces qui interviennent ici, c'est la force de Coriolis et la force de l'air.

notes

résumé

95m 1s





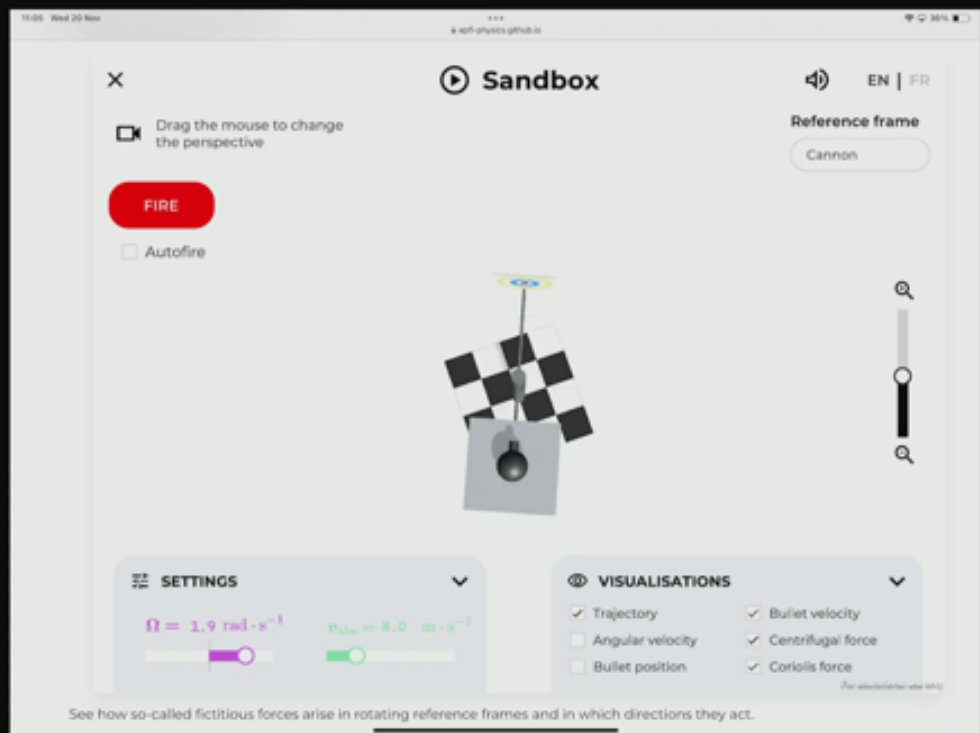
Donc, si vous permettez, je vais rapidement vous illustrer ceci. D'accord ? Alors...
On va se placer dans le référentiel du canon rotation. Voilà.

notes

résumé

95m 2s





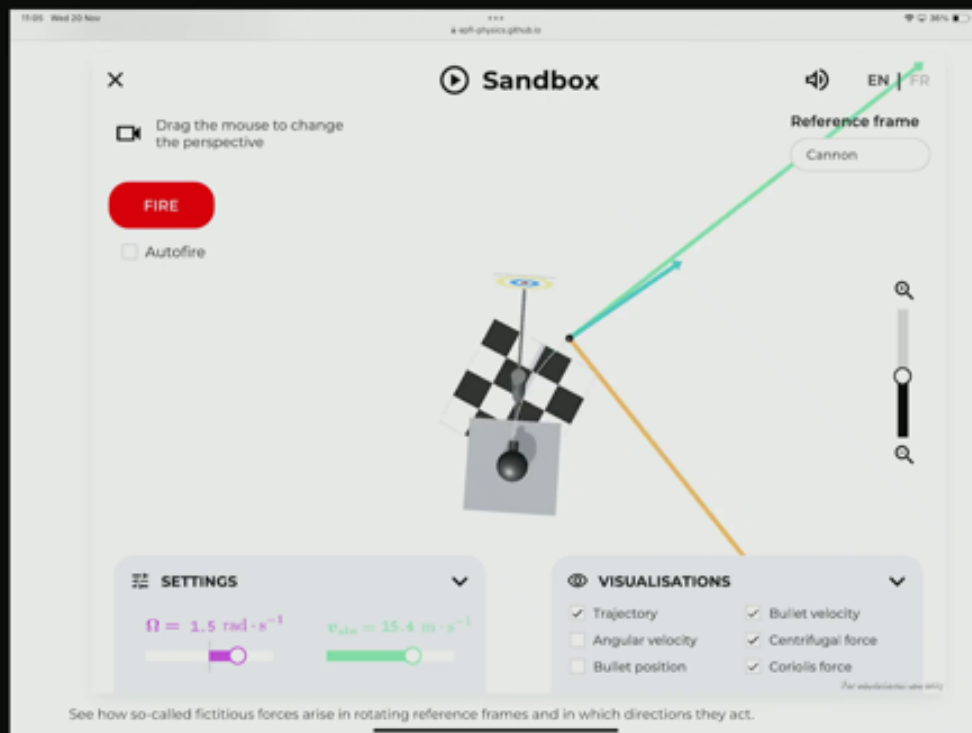
On va faire un petit zoom out. Léger. On va visualiser la trajectoire ainsi que la force centrifuge, la force de Coriolis et la vitesse de la balle. Vous allez voir la vitesse de la balle, le vecteur vitesse qui va apparaître en vert, la force de Coriolis en orange et la force centrifuge qui va apparaître en bleu. Pour l'instant, il ne se passe rien parce qu'on est dans le référentiel du canon. Ah non, on est dans le référentiel du canon, mais ce qui se passe, c'est que la vitesse angulaire était nulle, autant pour moi.

notes

résumé

95m 19s





Donc, on va choisir une vitesse angulaire qui n'est pas nulle. On va prendre une vitesse de tir qui est importante. Voilà, et regardez.

notes

résumé

95m 49s



10.3 Mouvement relatif

- 10.3.1 Pendule dans un train accéléré
- 10.3.2 Poids apparent
- 10.3.3 Centrifugeuse
- 10.3.4 Pendule sur une porte tournante

D'accord ? On peut encore s'éloigner un peu et on verra que si on exagère la trajectoire, on a une spirale logarithmique qui apparaît. On va se mettre en mode autofire. Regardez. Voyons donc la forme de la trajectoire. Si on s'éloigne, si on prend une vitesse initiale qui est suffisamment petite, on peut voir qu'on a cette spirale logarithmique qui apparaît. Je vais enlever le mode autofire parce que ça fait un peu mal aux oreilles, d'accord ? Vous avez si jamais la possibilité de le déclencher si vous voulez vous amuser avec cette application pour voir ce qui se passe. D'accord ? C'est l'action conjointe de cette force centrifuge et de la force de Coriolis qui donne lieu à cette trajectoire déviée. Après la pause, on va voir des exemples concrets d'application du mouvement relatif.

notes

résumé

96m 4s



EPFL

ré

nte

du accélérés32 / 47

10.3.1 Pendule dans un train accéléré

- Référentiel absolu : rails
Repère absolu : $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$
- Référentiel relatif : train
Repère relatif : $(\hat{y}_1, \hat{y}_2)$
- Forces extérieures : pendule
 - ➊ Poids :
(10.61)
 - ➋ Tension :
- Force d'inertie :
 - ➌ Force inertielle : référentiel relatif

$\hat{x}_2$

0

Dr. Sylvain Bréchet10 - Système de masse variable et référent

Voilà, après tout cet effort théorique sur le mouvement relatif, il est important de voir beaucoup d'exemples. Donc là, on va commencer à en voir sept heures. On en verra encore cet après-midi. Vous en aurez même encore en exercice cette semaine et la semaine suivante. Vous allez manger du mouvement relatif, pour ainsi dire, pour vraiment le comprendre. C'est important. N'hésitez pas à revenir sur les applications pour mieux comprendre ce mouvement relatif.

notes

résumé

96m 58s

- Référentiel absolu : rails

Repère absolu : $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$

- Référentiel relatif : train

Repère relatif : $(\hat{y}_1, \hat{y}_2)$

- Forces extérieures : pendule

- Poids :

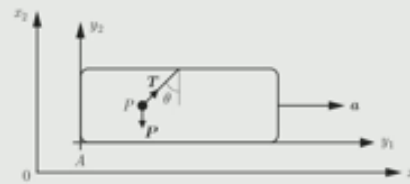
(10.61)

- Tension :

- Force d'inertie :

- Force inertielle : référentiel relatif

(10.62)



Merci du commentaire. Effectivement, si vous voulez accéder à tous ces liens, à toutes les animations que je vous ai présentées, vous allez sur le site Moodle. Vous allez dans le site Moodle avoir une rubrique qui s'appelle « Animation et simulation ». Et dans cette rubrique, les simulations et animations sont données par chapitre. Vous avez un numéro qui correspond au chapitre. vous cliquez dessus et toutes ces animations faites par Austin par exemple se trouvent sur une seule même page à laquelle vous pouvez aussi accéder pour voir les différents aspects qui sont traités au cours. On en verra encore d'autres avec le gyroscope par exemple. Alors, le premier exemple de mouvement relatif ça va être celui d'un pendule qui atteint un angle d'équilibre lorsqu'il se trouve dans un train qui subit une accélération uniforme lorsqu'il sort d'une gare, par exemple la gare de Lausanne. D'accord ? Alors, comme c'est le canton de Vaud, il va accélérer gentiment. D'accord ? Et donc, on peut voir pendant un certain temps l'angle d'équilibre. On suppose que l'accélération est constante. Évidemment, ce n'est pas éternel. Bon. Alors, comme référencier l'absolu, on va prendre le sol, les rails. On suppose que le mouvement est rectiligne. Donc, on a un mouvement en ligne droite le long des rails. Et comme référentiel relatif, on va prendre deux trains. Le problème est bidimensionnel. On va donc prendre un repère absolu avec des vecteurs unitaires X_1 chapeau et X_2 chapeau, d'accord ?

notes

résumé

97m 41s



- Référentiel absolu : rails

Repère absolu : $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$

- Référentiel relatif : train

Repère relatif : $(\hat{y}_1, \hat{y}_2)$

- Forces extérieures : pendule

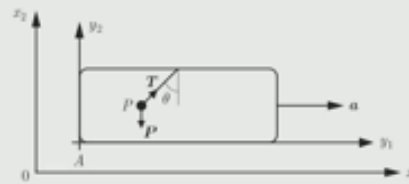
- Poids :

$$\vec{P} = m\vec{g} = -mg \quad (10.61)$$

- Tension :

- Force d'inertie :

- Force inertielle : référentiel relatif



(10.62)

Fixe par rapport au sol. Un repère relatif avec des vecteurs unitaires $\hat{y}_1$ chapeau et $\hat{y}_2$ chapeau. On a l'origine quelque part en gare. et puis on prend l'origine pour le référentiel relatif, disons, à la partie arrière du train, à côté des feux arrière, fixés au train. Alors, la première chose à faire, c'est d'identifier toutes les forces et de les exprimer dans leur repère relatif. Commençons par le poids. Le poids, qui est le produit de la masse, voit le champ gravitationnel.

notes

résumé

99m 14s



- Loi du mouvement relatif :

(10.63)

- Forces :

$$\mathbf{P} = -mg \hat{\mathbf{y}}_2 \quad (10.61)$$

$$\mathbf{T} = T \sin \theta \hat{\mathbf{y}}_1 + T \cos \theta \hat{\mathbf{y}}_2 \quad (10.61)$$

$$\mathbf{F}_i = -ma \hat{\mathbf{y}}_1 \quad (10.62)$$

- Accélération relative : équilibre

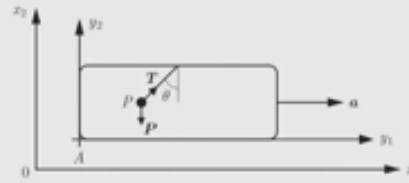
(10.64)

- Equations du mouvement relatif : équilibre : $\theta = \theta_0$

$$\textcircled{1} \text{ selon } \hat{\mathbf{y}}_1 :$$

$$\textcircled{2} \text{ selon } \hat{\mathbf{y}}_2 :$$

(10.65)



qu'on va donc projeter, ce sera moins MG fois Y_2 , chapeau. D'accord ? On a la tension aussi. La tension dans le fil. On va prendre un angle θ que fait le fil avec l'axe vertical qui est défini positif vers l'arrière. D'accord ? Donc si on projette la tension le long du fil dans la disposition géométrique que vous voyez ici, La tension va donc nous donner T fois le sinus de θ , on va projeter sur le cathète opposé à l'angle θ pour avoir la composante horizontale, fois Y_1 , chapeau, puis pour que la composante verticale projette sur le cathète adjacent, on aura T fois le cosinus de θ , fois Y_2 , chapeau. Il n'y a pas de vitesse angulaire de rotation du train par rapport aux voies, du moins on l'espère, d'accord ? Si le mouvement est un mouvement rectiligne, Et donc la seule force d'inertie qui va être non nulle, ça va être la force inertielle. Cette force inertielle, ça sera moins le produit de la masse fois l'accélération absolue du point A. Donc c'est moins le produit de la masse. L'ensemble du train se déplace avec la même accélération, c'est l'accélération A, qu'on va donc pouvoir écrire comme moins M fois A, la norme de l'accélération, fois Y_1 , pour l'écrire en termes de Y_1 point point ou X_1 point point, mais ça ne va rien amener ici. Maintenant, la loi du mouvement relatif.

notes

résumé

99m 54s



- Equations du mouvement relatif :

- 1 selon $\hat{y}_1$: $T \sin \theta_0 - ma = 0$

- 2 selon $\hat{y}_2$: $-mg + T \cos \theta_0 = 0$

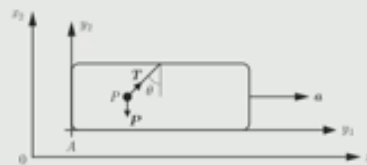
- Angle d'inclinaison :

$$\tan \theta_0 = \frac{T \sin \theta_0}{T \cos \theta_0} = \frac{a}{g} \quad (10.66)$$

- 1 Si le train accélère ($a > 0$), le pendule est incliné vers l'arrière.

- 2 Si le train freine ($a < 0$), le pendule est incliné vers l'avant.

- 3 Si le train est au repos ($a = 0$), le pendule est vertical.



Quelle sera la loi du mouvement relatif ? Eh bien, comme on vient de le montrer dans le cours précédent, l'heure précédente, la somme des forces extérieures plus la somme des forces d'inertie, qui sont l'ensemble des causes qui donnent lieu au mouvement relatif dans le référentiel du train accéléré, ce sera le poids du pendule plus la tension dans le fil ainsi que la force inertielle F . D'accord ? La somme donc est égale au produit de la masse fois l'accélération relative du point P.

L'accélération relative du point P, c'est l'accélération du pendule dans le référentiel du train. Nous, ce qui nous intéresse, c'est la position d'équilibre, c'est l'angle d'équilibre. Donc on ne veut justement pas que le pendule aussi. D'accord ? Donc on impose qu'on a atteint un équilibre dans le référentiel relatif du train, ce qui veut dire que l'accélération relative du point P est nulle. Bon, alors très bien. On prend nos trois forces, on les substitue dans la loi du mouvement relatif et on va projeter selon les lignes de coordonnées cartésiennes relatives. Commençons par projeter selon la ligne horizontale. Compte tenu du fait que l'angle d'équilibre θ est θ_0 , on aura pour la tension $T \sin \theta_0$. Il n'y a pas de contribution du poids. Et la contribution de la force inertielle, c'est moins le produit de la masse fois l'accélération. le tout est égal à zéro puisqu'il n'y a pas d'accélération relative. Et selon l'axe vertical maintenant, pour le poids on a moins mg , pour la tension on aura $T \cos \theta_0$ zéro, et là encore il n'y a pas de composante verticale pour l'accélération relative, c'est égal à zéro. Donc on va tout de suite pouvoir conclure et voir la physique intéressante qui se cache là derrière. On a nos deux équations. Ce qu'on veut, c'est l'angle d'équilibre. Alors, on a le sinus et on a le cosinus. Bon, faisons une tentative

notes

résumé

101m 21s



- Equations du mouvement relatif :

- 1 selon $\hat{y}_1$: $T \sin \theta_0 - ma = 0$

- 2 selon $\hat{y}_2$: $-mg + T \cos \theta_0 = 0$

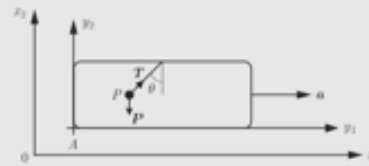
- Angle d'inclinaison :

$$\tan \theta_0 = \frac{T \sin \theta_0}{T \cos \theta_0} = \frac{a}{g} \quad (10.66)$$

- 1 Si le train accélère ($a > 0$), le pendule est incliné vers l'arrière.

- 2 Si le train freine ($a < 0$), le pendule est incliné vers l'avant.

- 3 Si le train est au repos ($a = 0$), le pendule est vertical.



intéressante. Regardons la tangente. La tangente de l'angle d'équilibre θ_0 , c'est le rapport de la tension fois le sinus de θ_0 divisé par la tension fois le cosinus de θ_0 qu'on peut directement déduire des équations qui sont ici. D'accord ? On va avoir le rapport, donc, de MA sur MG. Donc, c'est le rapport de A sur G. Et donc, si le train n'accélère pas, Si maintenant le train accélère

notes

résumé

- Référentiel absolu : bâtiment

Vecteur unitaire absolu : $\hat{x}$

- Référentiel relatif : ascenseur

Vecteur unitaire relatif : $\hat{y}$

- Forces extérieures : masse

- Poids :

$$(10.67)$$

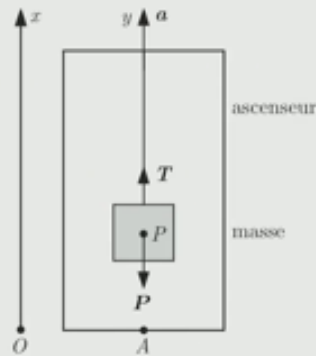
- Tension :

$$(10.67)$$

- Force d'inertie :

- Force inertielle : référentiel relatif

$$(10.68)$$



dans le sens du mouvement, ici vers la droite, qu'est-ce qu'on va voir ? On va voir un angle d'inclinaison dont la tangente est simplement le rapport des composantes de l'accélération, celles du train, selon l'axe horizontal, celles de la gravitation, selon l'axe vertical. C'est une très jolie formule. Donc, on ne peut pas dire que l'angle de l'inclinaison de la tangente, Comme on le comprend intuitivement, le pendule va s'incliner vers l'arrière. Mais maintenant, qu'est-ce qui se passe si le train freine ? Si le train freine, son accélération va être orientée vers l'arrière, ça veut dire qu'elle va être négative vers l'avant. Si vous avez une accélération qui est négative, vous changez le signe de l'angle puisque vous changez le signe de la tangente de l'angle et vous avez évidemment pour la tangente une fonction qui est impaire. Donc vous allez vous retrouver avec un fil qui va être incliné vers l'avant. Donc, si vous repensez à l'expérience du chauffeur taxi avec une gourmette suspendue à un fil, lorsque le chauffeur de taxi accélère, la gourmette s'incline vers l'arrière. Lorsqu'il freine, elle rentre dans le pare-brise. C'est exactement ce qu'on a modélisé avec cette expérience. Alors dans la limite où l'angle est petit, si on fait un développement limité au premier ordre de la tangente, ça nous donne l'angle et donc pour une toute petite déviation, c'est-à-dire une toute petite accélération, on va tout de suite pouvoir déterminer à l'aide de l'angle la valeur d'accélération. Il suffira de prendre l'angle et de le multiplier par g , on a l'accélération. C'est un peu comme dans l'expérience du pendule conique qu'on avait fait. On a vu que dans la limite d'une vitesse angulaire de rotation qui tendait vers l'infini, le fil s'inclinait à l'horizontale. Dans la pratique, on peut s'approcher. On peut atteindre un angle de 80° assez facilement. Mais pour atteindre un angle de 90° , ça va être plus

notes

résumé

103m 49s



- Référentiel absolu : bâtiment

Vecteur unitaire absolu : $\hat{x}$

- Référentiel relatif : ascenseur

Vecteur unitaire relatif : $\hat{y}$

- Forces extérieures : masse

- Poids :

$$(10.67)$$

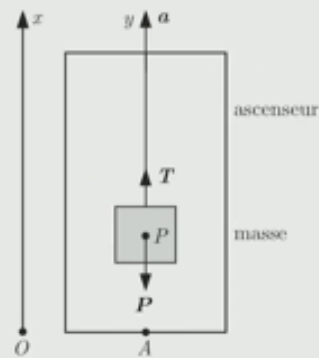
- Tension :

$$(10.67)$$

- Force d'inertie :

- Force inertielle : référentiel relatif

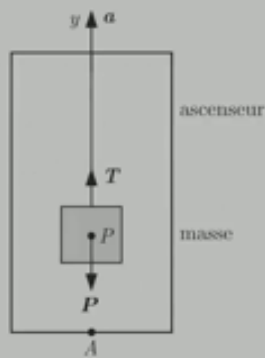
$$(10.68)$$



compliqué. C'est un peu comme dans l'expérience du pendule conique. On a vu que dans la limite d'une vitesse angulaire de rotation

notes

résumé



(10.68)

accélérés

36 / 47

10.3.2 Poids apparent

• Loi du mouvement relatif :

• Forces :

$$P = -mg \hat{y} \quad (10.67)$$

$$T = T \hat{y} \quad (10.67)$$

$$F_i = -ma \hat{y} \quad (10.68)$$

• Accélération relative : équilibre

$$(10.69)$$

• Equation du mouvement relatif : équilibre

• selon $\hat{y}$:

Dr. Sylvain Bréchet

10 - Système de masse variable et référentiels

a une ressemblance avec le problème précédent et c'est vous.

notes

résumé

- Loi du mouvement relatif :

(10.69)

- Forces :

$$P = -mg \hat{y} \quad (10.67)$$

$$T = T \hat{y} \quad (10.67)$$

$$F_i = -ma \hat{y} \quad (10.68)$$

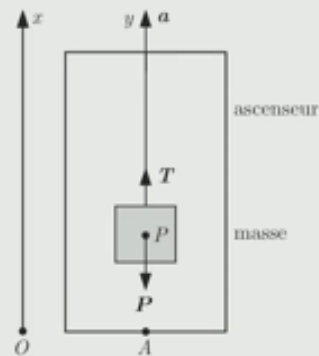
- Accélération relative : équilibre

(10.69)

- Equation du mouvement relatif : équilibre

① selon $\hat{y}$:

(10.70)



La loi du mouvement au niveau vectoriel, c'est exactement la même

notes

résumé

107m 49s



$$= -g) : \|P'\| = 0 \text{ (ap}$$



que dans l'exemple du train. La somme des forces extérieures plus la somme des forces d'inertie, c'est-à-dire le poids, plus la tension, plus la force inertielle. La somme de ces termes sont le produit de la masse fois l'accélération relative du point P. Or, justement, nous, ce qui nous intéresse, c'est l'état d'équilibre, où il n'y a pas d'accélération relative par rapport à l'ascenseur. D'accord ? Donc, l'accélération relative est égale à zéro. On va prendre nos trois forces qu'on substitue dans l'équation du mouvement relatif et on projette uniquement selon l'axe vertical. Oui ? Ah, le slide précédent, oui. Oui, oui. Apparemment, ça a glissé. Merci beaucoup. Voilà. Donc, si on projette le poids qui est orienté vers le bas, on a une contribution négative, un moins mg . Pour la tension, elle sera positive, c'est un plus t . Et pour la force inertielle, c'est négatif, c'est un moins ma . Et ceci est égal à zéro. Donc, on trouve la norme de la tension qui est le produit de la masse fois l'accélération totale, celle du champ gravitationnel et celle de l'ascenseur par rapport au bâtiment. J'ai oublié de mettre que c'est égal à zéro. Oui, tout à fait. Merci. Absolument. C'est la même situation que le cas précédent. Donc, maintenant, on a trouvé la tension. La tension dans le fil, c'est T fois Y chapeau qui est M qui multiplie G plus A fois Y chapeau. En termes de... Oui ? C'est la salle précédente, oui. Alors, attendez. Voilà. Non. OK, voilà. Là, c'est bon. Bon. En termes de physique, maintenant, dans le référentiel accéléré de l'ascenseur, le poids apparent est opposé à la tension. La somme des deux est nulle. C'est comme ça qu'on définit ce poids apparent. OK ? Donc, le poids apparent, P' , plus la tension, T , est égale à zéro. Et donc, ce poids apparent, qu'on va mesurer dans le référentiel de l'ascenseur, c'est l'opposé

notes

résumé

107m 50s



$$= -g) : \|P'\| = 0 \text{ (ap}$$



de la tension, c'est donc moins la masse qui multiplie G plus A fois Y chapeau. Bon. Alors si l'ascenseur ne bouge pas du tout, A est égal à zéro, donc c'est moins G Y chapeau, c'est tout simplement le poids, le poids réel. D'accord ? Prenons la situation maintenant où l'ascenseur monte. Il monte et il est accéléré vers l'eau. S'il est accéléré vers le haut, par définition, A est positif. Si A est positif, vous voyez que la norme ici du poids, ça va être M qui multiplie G plus A , et cette norme du poids va être plus grande que la norme du poids réel qui est MG . Donc, la norme du poids apparent est plus grande que la norme du poids réel. C'est-à-dire qu'on est en hypergravité, on a l'impression que nos pieds s'enfoncent dans le plancher, quand l'ascenseur accélère vers le haut. C'est quelque chose de tout à fait intuitif. S'il accélère vers le bas ou qu'il ralentit vers le haut, ce qui revient au même, à ce moment-là, A est négatif. D'accord ? Donc on se retrouve avec la norme du poids apparent qui est M qui multiplie G plus A où A est négatif, qui va donc être inférieur à MG . Donc la norme du poids apparent va être inférieure à la norme du poids réel. D'accord ? Donc vous avez l'impression de presque flotter un peu, un peu comme si vous étiez pris d'une fièvre, vous vous sentez un peu léger quand l'ascenseur accélère vers le bas. Alors cette sensation elle est réelle, puisque quand vous êtes dans le référentiel de l'ascenseur, c'est vraiment votre poids apparent qui compte. Alors on peut imaginer une situation liée à un vieux film d'action où quelqu'un de malveillant vient sectionner les câbles qui retiennent la cage d'ascenseur. Alors vous prenez un gratte-ciel, qu'est-ce qui se passe ? Il a un mouvement de chute libre, d'accord

notes

résumé

$$= -g) : \|P'\| = 0 \text{ (ap}$$



? Il descend avec une accélération qui est égale à G . Donc A est égale à moins G . Maintenant si A est égale à moins G , le poids apparent qui est M qui multiplie G plus A est nul. Donc vous êtes en état d'apesanteur, comme dans l'espace, d'accord ? Si A est égal à moins G , la norme du poids apparent est nulle. Alors, pour un ascenseur, vous n'allez pas pouvoir vivre ça très longtemps, même si le grade ciel est haut. Et disons que le résultat de la chute risque d'être assez brutal. Mais c'est ce principe-là qui a été utilisé pour les vols paraboliques de l'ESA au début des années 2000. L'idée était de faire des expériences physiques à bord d'airbus qui était envoyé en haute altitude et qui ensuite, pendant une vingtaine à une trentaine de secondes, avait un mouvement de chute libre durant lequel, à l'intérieur de l'avion, on était réellement en état d'apesanteur. Même Stephen Hawking a pu participer à l'expérience. Vous le voyez ici.

notes

résumé

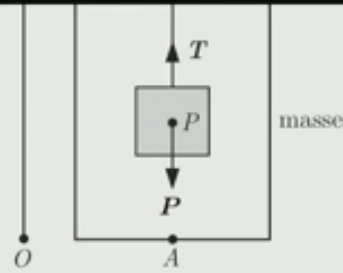
• **Equilibre : référentiel relatif**

$$\vec{P}' + \vec{T} = \vec{0} \quad (10.72)$$

• **Poids apparent :**

$$\vec{P}' = -\vec{T} = -m(g+a)\hat{y} \quad (10.73)$$

- ❶ Si l'ascenseur monte ($a > 0$) : $\|\vec{P}'\| > \|\vec{P}\|$
- ❷ Si l'ascenseur descend ($a < 0$) : $\|\vec{P}'\| < \|\vec{P}\|$
- ❸ Si l'ascenseur est en chute libre ($a = -g$) : $\|\vec{P}'\| = 0$ (apesanteur)



Si vous regardez son visage, il a l'air d'avoir apprécié cette expérience. D'accord ? Voilà.

notes

résumé

113m 1s



- Référentiel absolu : laboratoire

Repère absolu : $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3)$

- Référentiel relatif : tube

Repère relatif : $(\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3)$

- Forces extérieures : point matériel

- Poids :

(10.74)

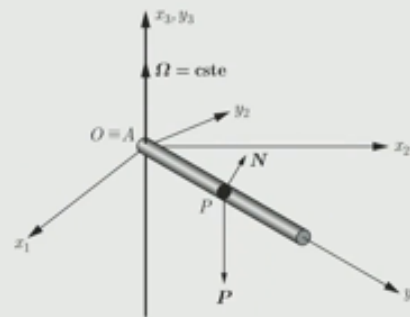
- Force de réaction normale :

(10.74)

- Forces d'inertie :

- Force centrifuge : F_c

- Force de Coriolis : F_C



À l'époque, quand j'étais étudiant comme vous ici, sur les bancs de l'EPFL, j'ai des amis et collègues d'études qui ont participé à ces valles paraboliques de l'ESA et qui ont étudié le phénomène de cavitation en apesanteur, qui était quelque chose de tout à fait intéressant. Bon. Le problème suivant, qu'on aura peut-être le temps de traiter s'il nous reste

notes

résumé

113m 5s



- Référentiel absolu : bâtiment

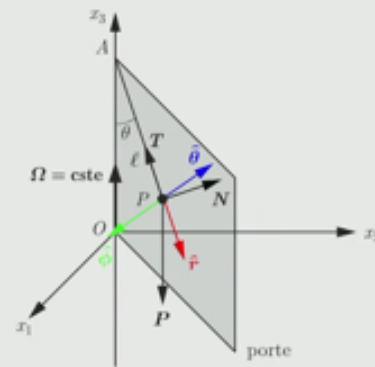
Repère absolu : $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3)$

- Référentiel relatif : porte

Repère relatif : $(\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\phi})$

- Forces extérieures : point matériel

- Poids : (10.87)



- Force de réaction normale :

(10.87)

- Forces d'inertie :

- Tension :

(10.87)

- Force centrifuge : F_c

- Force de Coriolis : F_C

un petit peu de temps en fin d'heure, je le prendrai à la fin, on le laisse pour l'instant en suspens.

notes

résumé

113m 29s



- Loi du mouvement relatif :

(10.88)

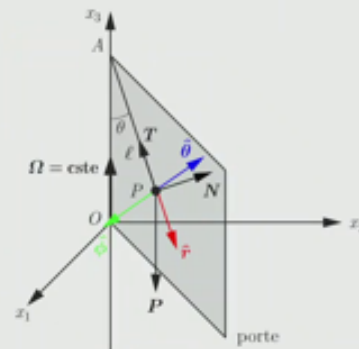
- Grandeurs cinématiques relatives :

(10.89)

- Vitesse angulaire :

(10.90)

- Force centrifuge :



(10.91)

On va se concentrer sur le dernier problème, qui est celui du pendule sur une porte tournante. Une année, en examen, j'avais donné ce problème, que vous avez, je crois, en série d'exercices, avec la différence par rapport à la situation que vous voyez ici, qui est que le fil était élastique. Donc, en plus, il y avait un mouvement harmonique oscillatoire le long du fil. D'accord ? Pour l'instant, on le garde rigide. On peut le compliquer autrement ce problème, il y a toutes sortes de solutions possibles. Je ne suis pas en train de dire qu'il y aura ce problème à l'examen, attention. Ici, vous avez une porte qui tourne à vitesse angulaire Ω autour de l'axe vertical. Vous mettez le pouce le long de l'oméga, vous voyez que la rotation va se faire en vue d'avion dans le sens trigonométrique. Dans le plan de la porte, il y a un pendule. Le pendule est contraint à tourner, à osciller dans le plan de la porte. On suppose qu'il oscille sans frottement. La longueur du pendule, c'est L . Le référentiel absolu, c'est celui du bâtiment. On va introduire un repère absolu cartésien avec des vecteurs unitaires X_1 chapeau, X_2 chapeau, X_3 chapeau qui ne vont pas jouer un rôle essentiel ici. Le référentiel relatif, c'est ici celui de la porte. On va introduire un repère relatif avec une symétrie sphérique. Pourquoi ? Parce qu'on a l'angle d'oscillation du pendule dans le plan de la porte qui est l'angle θ . et on a un angle qui détermine la rotation de la porte par rapport au sol, qui est l'angle ϕ . La distance qui sépare le point d'attache du fil du pendule sur la charnière de la porte, du point matériel, cette distance est constante, c'est la distance L . Ce problème se prête naturellement à l'usage de coordonnées sphériques, puisqu'on a une symétrie sphérique. La première chose à faire, c'est

notes

résumé

113m 38s



- Loi du mouvement relatif :

(10.88)

- Grandeurs cinématiques relatives :

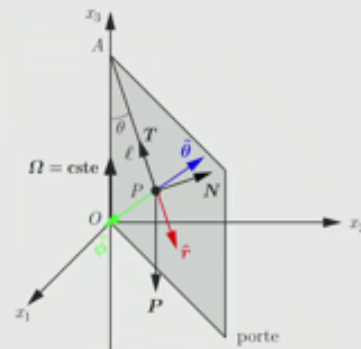
(10.89)

- Vitesse angulaire :

(10.90)

- Force centrifuge :

(10.91)



d'identifier les forces extérieures. Il y en a trois. Il y a le poids, bien sûr, la tension dans le fil, mais également une force de réaction normale qui est exercée par le plan de la porte sur le point matériel durant la rotation, qui est la force L . Bon. Commençons par projeter le poids. On a mg , et puis on a mg qui multiplie le vecteur unitaire vertical qui est orienté vers le bas. qu'on peut projeter ici sur R-chapeau, on en a en Θ qui est ici, si on projette sur R-chapeau, c'est le cosinus de Θ qui va apparaître. Si on projette sur Θ -chapeau, ce sera le sinus de Θ , mais attention, comme Θ -chapeau est orienté vers le haut, il y aura un signe moins. Donc, ce sera le cosinus de Θ fois R-chapeau moins le sinus de Θ fois Θ -chapeau. La force de réaction normale, on le comprend bien, va contraindre le point matériel à rester dans le plan de la porte et donc à tourner avec la porte et l'orientation de la porte est déterminée par l'angle ϕ . Donc on va avoir une force de réaction normale qui est orthogonale au plan de la porte dans le sens de l'entraînement de la porte Si on prend notre repère sphérique avec R chapeau qui est orienté le long du fil Θ chapeau qui est orthogonal dans le plan de la porte et Φ chapeau qui, d'après la règle de la main droite, va sortir de la porte, va être horizontal, orienté dans le sens opposé à la rotation. N va être diamétralement opposé à Φ chapeau, il va être horizontal, donc il sera de la forme moins N fois Φ chapeau. La tension, c'est assez simple, c'est moins T fois R. En revanche, ça va un petit peu se compliquer pour la force centrifuge et la force de Coriolis. Ce qu'on sait, c'est que le mouvement

notes

résumé

- Loi du mouvement relatif :

(10.88)

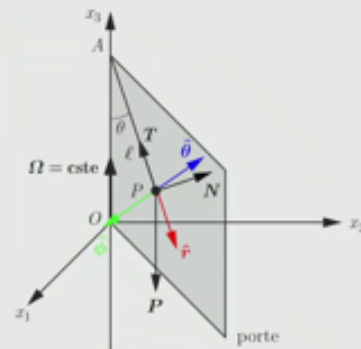
- Grandeurs cinématiques relatives :

(10.89)

- Vitesse angulaire :

(10.90)

- Force centrifuge :



(10.91)

de rotation se fait à vitesse angulaire constante. On le note. Ce qui veut dire que le vecteur accélération angulaire est nul, donc il n'y aura pas de force de l'air. Et puis le point A se trouve sur la charnière de la porte, il est immobile, donc l'accélération absolue du point A l'est aussi, elle est nulle, ce qui implique évidemment que la force inertielle est nulle. D'accord ? Donc sur les quatre forces possibles, il n'y a que deux forces qui vont intervenir, celles qu'on a vues pour le fusil, celles qu'on a vues tout à l'heure pour le feutre, c'est-à-dire la force centrifuge et la force de Coriolis. Et maintenant, il faut qu'on les détermine. D'accord ? Alors là ça va être un petit peu plus intéressant que ce qu'on a vu avant.

notes

résumé

- Loi du mouvement relatif :

$$\sum \vec{F}_{ext} + \sum \vec{F}$$

(10.88)

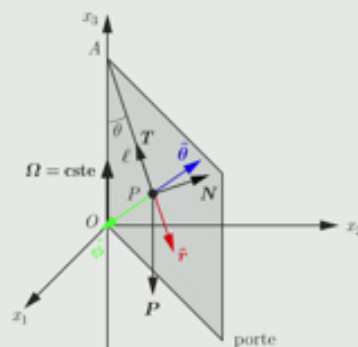
- Grandeurs cinématiques relatives :

(10.89)

- Vitesse angulaire :

(10.90)

- Force centrifuge :



(10.91)

Donc on écrit la loi du mouvement relatif, ça c'est la première chose à faire, la somme des forces extérieures plus la somme des forces d'inertie,

notes

résumé

118m 8s



- Loi du mouvement relatif :

$$\sum \mathbf{F}^{\text{ext}} + \sum \mathbf{F}^{\text{in}} = \mathbf{P} + \mathbf{N} + \mathbf{T} + \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_C = m \mathbf{a}_r(P) \quad (10.88)$$

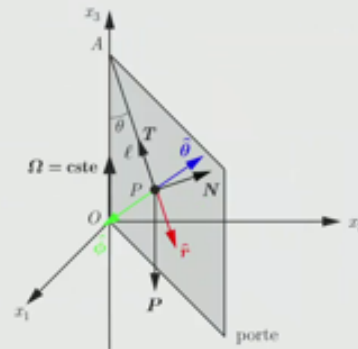
- Grandeurs cinématiques relatives :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_r(P) &= \ell \hat{\mathbf{r}} \\ \mathbf{v}_r(P) &= \ell \dot{\theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \\ \mathbf{a}_r(P) &= -\ell \dot{\theta}^2 \hat{\mathbf{r}} + \ell \ddot{\theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \end{aligned} \quad (10.89)$$

- Vitesse angulaire :

$$\boldsymbol{\Omega} = -\Omega (\cos \theta \hat{\mathbf{r}} - \sin \theta \hat{\boldsymbol{\theta}}) \quad (10.90)$$

- Force de Coriolis :



(10.91)

l'ensemble des causes du mouvement relatif qui sont le poids, la force de réaction normale, la tension dans le fil, la force centripète ainsi que la force de Coriolis, l'ensemble de ces forces c'est le produit de la masse fois l'accélération relative du point pied. Pour déterminer la force de Coriolis, on aura besoin de l'accélération de Coriolis, de la vitesse relative. Pour déterminer la force centrifuge, on aura besoin de la position relative. Donc la première chose à faire, c'est de déterminer les grandeurs cinématiques relatives. Chaque année, je vois des erreurs là-dessus. Chaque année, j'aimerais les réduire. Donc je vais vous mettre en garde par rapport à ça. Pour déterminer les grandeurs relatives, ce qu'il faut faire c'est imaginer que vous êtes dans le référentiel relatif. Donc vous imaginez que vous êtes assis à côté de la porte, que vous bougez avec la porte. Qu'est-ce que vous voyez en ce qui concerne le mouvement du pendule ? Vous allez voir le pendule osciller dans le plan de la porte. Vous n'allez pas voir le mouvement de rotation de la porte. Ça, c'est important. D'accord ? Ça veut dire quoi ? Ça veut dire qu'il n'y aura pas de composante de la vitesse qui est orthogonale à la porte. OK ? Donc, si on prend la formule générale de la vitesse en coordonnées sphériques, la composante de la vitesse, selon Fishapo, elle est nulle ici. OK ? Donc, le vecteur position, il sera intégralement dans le plan de la porte. C'est un vecteur radial, ce vecteur position du point P, c'est la longueur du fil, fois le vecteur unitaire radial long du fil qui est $\hat{\mathbf{r}}$ chapeau. Ensuite, le pendule il oscille, si vous êtes dans le plan du pendule, il oscille pour vous dans un plan fixe, comme on l'a vu traditionnellement pour le pendule. Si on prend la vitesse relative, dans le plan de la porte, il

notes

résumé

118m 17s



- Loi du mouvement relatif :

$$\sum \mathbf{F}^{\text{ext}} + \sum \mathbf{F}^{\text{in}} = \mathbf{P} + \mathbf{N} + \mathbf{T} + \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_C = m \mathbf{a}_r(P) \quad (10.88)$$

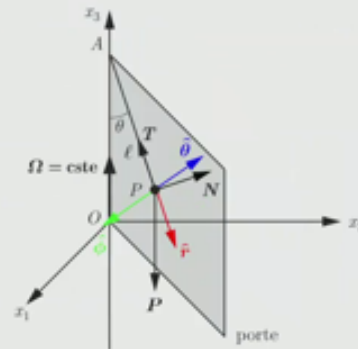
- Grandeurs cinématiques relatives :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_r(P) &= \ell \hat{\mathbf{r}} \\ \mathbf{v}_r(P) &= \ell \dot{\theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \\ \mathbf{a}_r(P) &= -\ell \dot{\theta}^2 \hat{\mathbf{r}} + \ell \ddot{\theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \end{aligned} \quad (10.89)$$

- Vitesse angulaire :

$$\boldsymbol{\Omega} = -\Omega (\cos \theta \hat{\mathbf{r}} - \sin \theta \hat{\boldsymbol{\theta}}) \quad (10.90)$$

- Force de Coriolis :



(10.91)

Il y a une seule composante qui est la composante tangentielle selon θ chapeau. Il n'y a pas de composante selon Φ chapeau. D'accord ? Ça c'est important. Notez-le au besoin. D'accord ? C'est donc $L \times \theta$ point $\times \theta$ chapeau. Qu'en est-il maintenant de l'accélération relative ? Alors là aussi, attention, la porte tourne bien autour de la charnière. Mais quand on est dans le plan de la porte, on ne la voit pas tourner. Donc il n'y a pas d'accélération centripète liée à la rotation de la porte. Il y aura en revanche une accélération centripète liée au mouvement de rotation du pendule dans le plan de la porte. En fait, il y aura deux termes qui vont apparaître. Le premier, c'est justement cette accélération centripète liée à l'oscillation du plan d'huile dans le plan de la porte, qui sera de la forme moins $L \theta$ point carré fois R chapeau. Et il y a un deuxième terme, qui est le terme d'accélération tangentielle, un terme qui découle de l'accélération de l'air en réalité, qui est $L \theta$ point point fois θ chapeau. Et c'est tout. Maintenant, on aura besoin de la vitesse angulaire. Cette vitesse angulaire, il faut qu'on la projette dans le repère sphérique. Alors, elle est orientée comment ? Elle est orientée vers le haut. On a tout à l'heure déterminé le poids qui était orienté vers le bas. C'était mg fois le vecteur unitaire orienté vers le bas. On va faire quoi ? On va reprendre ce vecteur, on le multiplie par moins un et par la norme d' Ω , puis c'est terminé. D'accord ? Donc, c'est moins Ω fois le vecteur unitaire orienté vers le bas qu'on a déterminé tout à l'heure, qui était le cosinus de θ fois R chapeau, moins le sinus de θ fois θ chapeau. Bon. Alors, c'est maintenant que les choses vont commencer à se corser un peu, en

notes

résumé

- Loi du mouvement relatif :

$$\sum \mathbf{F}^{\text{ext}} + \sum \mathbf{F}^{\text{in}} = \mathbf{P} + \mathbf{N} + \mathbf{T} + \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_C = m \mathbf{a}_r(P) \quad (10.88)$$

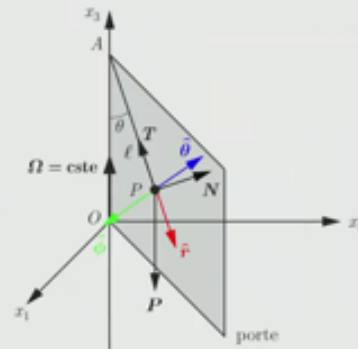
- Grandeurs cinématiques relatives :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_r(P) &= \ell \hat{\mathbf{r}} \\ \mathbf{v}_r(P) &= \ell \dot{\theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \\ \mathbf{a}_r(P) &= -\ell \dot{\theta}^2 \hat{\mathbf{r}} + \ell \ddot{\theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \end{aligned} \quad (10.89)$$

- Vitesse angulaire :

$$\boldsymbol{\Omega} = -\Omega (\cos \theta \hat{\mathbf{r}} - \sin \theta \hat{\boldsymbol{\theta}}) \quad (10.90)$$

- Force de Coriolis :



(10.91)

termes de maths. On a besoin de la force centrifuge. Cette force centrifuge, c'est moins le produit de la masse fois le produit vectoriel d' ω avec le vecteur obtenu par produit vectoriel d' ω avec la position relative du point P. Il y a beaucoup de termes qui se multiplient. Qu'est-ce qu'on peut faire comme stratégie pour aller rapidement au but ? On va prendre chaque fois les vecteurs unitaires. On prend les vecteurs unitaires et on met en évidence les composantes. Donc, on a deux fois oméga qui apparaît. Dans oméga, on a un moins oméga qui multiplie un vecteur unitaire. Moins oméga fois moins oméga, ça fait oméga carré. On le met en évidence. Ensuite, pour la position relative, on a un L. On va le mettre en évidence. On va donc se retrouver avec un moins ML oméga carré fois chaque fois les vecteurs unitaires. Donc, détaillons ceci. C'est moins ML oméga carré fois le vecteur unitaire vertical orienté vers le bas qui est le cosinus de Theta R chapeau moins le sinus de Theta fois Theta chapeau. D'accord ? On a traité ce terme. Maintenant, on prend le produit vectoriel. On ouvre les parenthèses. On va se retrouver avec un vecteur unitaire orienté vers le bas pour oméga puisqu'on a mis en évidence le moins oméga carré. On aura donc le cosinus de θ fois $r_{\perp}$ moins le sinus de θ fois $\theta_{\perp}$. Et on doit encore prendre le produit vectoriel avec le vecteur unitaire orienté selon la position relative du point P, qui est évidemment $r_{\perp}$. Alors, on voit tout de suite que la contribution radiale de ce vecteur-là n'apporte rien au produit vectoriel puisque le terme qui est dans le membre de droite est radial. Le produit vectoriel de θ chapeau avec r chapeau, attention, c'est le produit vectoriel du deuxième vecteur unitaire avec le premier. ce qui donne le précédent avec un signe moins,

notes

résumé

- Loi du mouvement relatif :

$$\sum \mathbf{F}^{\text{ext}} + \sum \mathbf{F}^{\text{in}} = \mathbf{P} + \mathbf{N} + \mathbf{T} + \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_C = m \mathbf{a}_r(P) \quad (10.88)$$

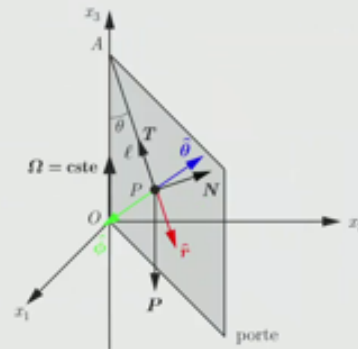
- Grandeurs cinématiques relatives :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_r(P) &= \ell \hat{\mathbf{r}} \\ \mathbf{v}_r(P) &= \ell \dot{\theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \\ \mathbf{a}_r(P) &= -\ell \dot{\theta}^2 \hat{\mathbf{r}} + \ell \ddot{\theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \end{aligned} \quad (10.89)$$

- Vitesse angulaire :

$$\boldsymbol{\Omega} = -\Omega (\cos \theta \hat{\mathbf{r}} - \sin \theta \hat{\boldsymbol{\theta}}) \quad (10.90)$$

- Force de Coriolis :



(10.91)

c'est moins le troisième. D'accord ? On avait déjà un signe moins, les signes moins se simplifient, il va nous rester le sinus de θ fois Φ . D'accord ? Donc ceci, ça va être le sinus de θ fois Φ . Bon. Alors le sinus, on va pouvoir le mettre en évidence. Et puis on va devoir calculer le produit vectoriel de $\mathbf{R}\Phi$ avec Φ . et de θ chapeau avec Φ chapeau. Là, il faut utiliser le logo Mercedes, c'est vraiment le plus simple, d'accord ? Produit vectoriel de $\mathbf{R}$ chapeau avec Φ chapeau, c'est le premier avec le troisième. Ça donne moins le précédent qui est moins le deuxième. C'est moins θ chapeau. Ensuite, θ chapeau avec Φ chapeau, c'est le deuxième avec le troisième qui donne le suivant qui est le premier, c'est $\mathbf{R}$ chapeau. Alors, on remet ceci en forme et on se retrouve avec les signes moins qui se simplifient tous. Et on a $M, L, \omega^2, \sin^2\theta$. En fait, soyons un tout petit peu astucieux en termes de physique, ça c'est $L \cdot L \sin\theta$, c'est la projection du fil le long de l'axe horizontal. Donc en fait, quand vous avez une force centrifuge, elle est opposée à l'accélération centripète. C'est donc $M, L \sin\theta$, plus $L \sin\theta$, plus $L \sin\theta$, plus $L \sin\theta$. fois méga carré. Et comme elle apparaît selon l'axe horizontal, il faut encore la projeter selon $\mathbf{R}$ chapeau et θ chapeau respectivement, ce qui fait apparaître un sinus et un cosinus. D'accord ? C'est là que ça vient.

notes

résumé

- Equation du mouvement relatif :

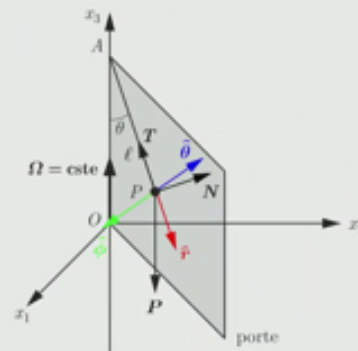
(10.93)

C'est la même équation du mouvement que celle d'une bille dans un anneau de rayon ℓ en rotation à vitesse angulaire scalaire $\Omega = \text{cste}$ autour d'un axe vertical.

- Forces de contraintes :

(10.94)

Les deux autres équations donnent les composantes des forces de contraintes orthogonales au mouvement relatif.



Bon, continuons. Déterminons maintenant la force de Coriolis. Cette force de Coriolis, c'est moins deux fois la masse fois le produit vectoriel de ω avec la vitesse relative du point P. Bon, la stratégie est toujours la même, on va mettre en évidence les composantes scalaires. Donc, pour ω , on va avoir un moins ω . Pour la vitesse relative, on aura un $L\dot{\theta}$, on avait un signe moins, le signe moins va se simplifier, on va se retrouver avec deux mL , qui va alors multiplier le vecteur unitaire le long de ω orienté vers le bas, qui est le $\cos 2\theta \mathbf{r} - \sin 2\theta \hat{\theta}$, et on prend le produit vectoriel avec le vecteur unitaire orienté, soit à vitesse relative, qui est ici le $\hat{\theta}$. Donc, on a un problème. Le terme en tête-à-chapeau n'apporte aucune contribution au produit vectoriel puisqu'il est orienté dans la même direction que le terme dans le membre de droite. Le produit vectoriel de R-chapeau avec tête-à-chapeau, c'est le produit vectoriel du premier et du deuxième vecteur unitaire du repère. D'après la règle du logo Mercedes, ça donne le troisième. D'accord ? C'est Phi-chapeau. Et donc, on trouve que la force de Coriolis, c'est deux fois la masse, fois la longueur, fois ω , fois Theta point, fois le cosinus de Theta, fois Phi chapeau. Alors, on a la loi du mouvement relatif, on a les forces extérieures, on a les forces d'inertie, on a l'accélération relative. Bon alors maintenant, on prend tout ceci. On le substitue dans la loi du mouvement relatif et on projette le long des lignes de coordonnées sphériques relatives. D'accord ? Faisons-le pour la coordonnée radiale d'abord. Pour le poids, on aura $Mg \cos \theta$. Pour la force de réaction normale, il n'y a aucune contribution. Pour la tension, c'est un moins T. La force centrifuge, on va se retrouver avec un $mL\omega^2 \sin^2 \theta$. Il n'y a aucune contribution de la force de Coriolis. Et dans le monde

notes

résumé

125m 50s



- Equation du mouvement relatif :

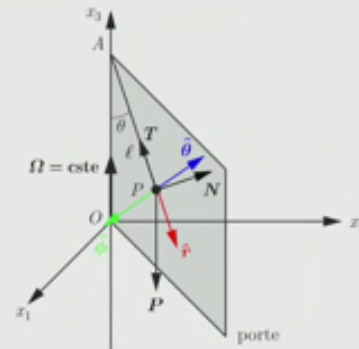
(10.93)

C'est la même équation du mouvement que celle d'une bille dans un anneau de rayon ℓ en rotation à vitesse angulaire scalaire $\Omega = \text{cste}$ autour d'un axe vertical.

- Forces de contraintes :

(10.94)

Les deux autres équations donnent les composantes des forces de contraintes orthogonales au mouvement relatif.



de droite, c'est le produit de la masse fois l'accélération centripète du pendule dans le référentiel de la porte. On aura donc un $-mL\dot{\theta}^2$. D'accord ? Si on projette maintenant selon la ligne de coordonnée nodale, selon la trajectoire relative du pendule dans le référentiel de la porte, on va se retrouver pour le poids avec $-mg \sin\theta$. Il n'y a aucune contribution de la tension, aucune contribution de la force de réaction normale. Pour la force centrifuge, c'est un $ML\omega^2 \sin\theta \cos\theta$. Et dans le membre de droite, on a le produit de la masse fois l'accélération tangentielle, le terme d'accélération de l'air, qui est $ML\ddot{\theta}$. Pour terminer, le long de la ligne de coordonnées horizontale azimutale, on ne va avoir aucune contribution du point qui est vertical. Il n'y a pas de contribution de la tension qui est dans le plan vertical. Pour la force de réaction normale, c'est un moins n . Il n'y a pas de contribution de la force centrifuge. En revanche, il y a une contribution de la force de Coriolis, qui est $2mL\dot{\theta}\dot{\phi}$. θ point fois le cosinus de θ , d'accord ? Il n'y a aucune accélération dans la direction du déplacement de la porte dans le plan horizontal, puisque la porte tourne à vitesse angulaire constante. Donc, c'est strictement zéro dans le moment de droite. Alors maintenant, on peut décortiquer toute la physique sur un transparent, oui ? Alors, l'accélération, c'est celle du pendule par rapport à la porte. Dans le plan de la porte, le pendule aussi. Donc on est en train de décrire ça. Parce que le référentiel relatif, ce n'est pas celui du pendule, c'est celui de la porte. Et dans le plan de la porte, le pendule aussi. Donc il va avoir une accélération centripète, par exemple, due à son oscillation, mais aussi une accélération tangentielle. Et puis la porte elle-même, elle tourne par rapport au bâtiment. D'accord ?

notes

résumé

- Equation du mouvement relatif :

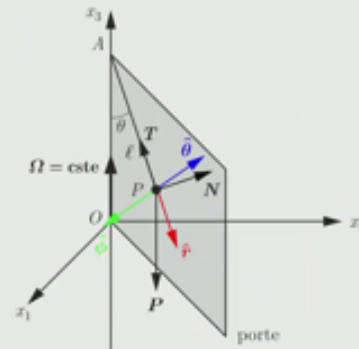
(10.93)

C'est la même équation du mouvement que celle d'une bille dans un anneau de rayon ℓ en rotation à vitesse angulaire scalaire $\Omega = \text{cste}$ autour d'un axe vertical.

- Forces de contraintes :

(10.94)

Les deux autres équations donnent les composantes des forces de contraintes orthogonales au mouvement relatif.



Donc là aussi, il y a des forces qui interviennent, il y a une force centrifuge. D'accord ? Donc on a à la fois une force centrifuge et une accélération centripète, ce n'est pas la même. D'accord ? Voilà. Donc maintenant, si on regarde nos équations du mouvement qui sont ici, on aurait pu trouver exactement les mêmes équations en décrivant le mouvement de la porte par rapport au sol. La différence, c'est que ces termes de force d'inertie se seraient retrouvés dans le membre de droite. D'accord ? Alors, dans cette situation, on peut faire les deux facilement. Il y a des problèmes, et vous en allez voir en exercice, où ce n'est pas une bonne idée de décrire le problème par rapport au référentiel du sol. Il y avait un problème notamment qui était donné en examen l'année passée où c'était une bien meilleure idée de décrire ce qui se passe dans le référentiel accéléré. Si vous prenez ces trois équations donc, les deux premières vont nous donner quoi ? C'est une équation de contrainte qui donne simplement la norme de la tension et de la force de réaction normale. L'équation du mouvement non-contraint du pendule, c'est celle le long de la ligne de coordonnée nodale dans le plan de la porte en rotation, c'est donc la deuxième. Alors, l'accélération centripète est liée au fait qu'il y a une rotation et que l'accélération va en fait décrire la direction dans laquelle la vitesse varie. Et donc, si vous pensez au pendule qui oscille, vous avez forcément une accélération centripète qui est radiale. Le fil, il oscille comme ceci. Donc, on décrit, on est en train de décrire, si vous voulez, dans le terme d'accélération relatif, ce qu'on décrit, c'est ce qu'on observe si on se trouvait dans le plan de la porte. D'accord ? Ou disons, imaginons la situation suivante. J'installe un siège qui tourne avec la porte.

notes

résumé

- Equation du mouvement relatif :

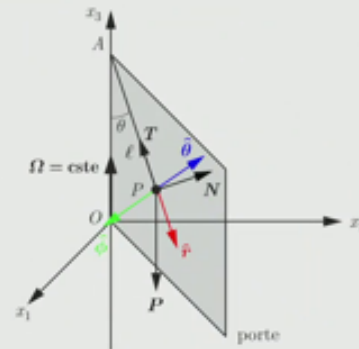
(10.93)

C'est la même équation du mouvement que celle d'une bille dans un anneau de rayon ℓ en rotation à vitesse angulaire scalaire $\Omega = \text{cste}$ autour d'un axe vertical.

- Forces de contraintes :

(10.94)

Les deux autres équations donnent les composantes des forces de contraintes orthogonales au mouvement relatif.



Vous êtes devant le pendule et vous voyez le pendule tourner dans le plan de la porte. Le plan de la porte ne bouge pas pour vous. Ce que vous voyez, c'est le mouvement du pendule dans le plan de la porte. D'accord ? Et donc, l'accélération relative du pendule, c'est celle qu'il a dans le plan de la porte si le plan de la porte est fixe. D'accord ? C'est ça l'idée. C'est ça qu'on essaie de faire. OK ? Ceci, n'empêche pas que la porte elle-même tourne, et donc, dans le référentiel de la porte en rotation, il y a une force centrifuge liée à la rotation elle-même de la porte autour de l'axe vertical. D'accord ? Oui ? Alors, encore une fois, vous n'êtes pas assis sur le fil, attention. Le référentiel, ce n'est pas le pendule. D'accord ? Voilà, vous êtes assis devant la porte, donc vous voyez le pendule locier. Alors clairement, sa longueur reste constante. Mais si le scie, c'est ce qu'on a vu pour un mouvement circulaire, accéléré ou non, on a de toute façon, pour tenir compte du changement d'orientation du vecteur vitesse qui est enjouant la trajectoire, on a un terme d'accélération centripète. D'accord ? Donc celui-ci, on va l'avoir. Et c'est celui qui est orienté selon l'air chapeau. C'est pour ça qu'on a une contribution sur l'air chapeau qui est l'accélération centripète. Puis ensuite, on a le terme qui est tangent à la trajectoire relative dans le plan d'apport, qui est ce terme qui résulte en fait de l'accélération de l'air. C'est un peu plus clair ? Sinon, on peut en parler à la fin du cours, avec plaisir. Voilà. On peut revenir dessus tout à la fin si vous voulez parce que, justement, on arrive à l'épilogue puisque maintenant, si on prend l'équation, la deuxième équation... Attendez. Si on prend la deuxième équation, celle selon Theta chapeau, celle selon

notes

résumé

- Equation du mouvement relatif :

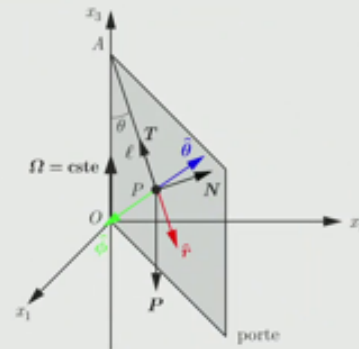
(10.93)

C'est la même équation du mouvement que celle d'une bille dans un anneau de rayon ℓ en rotation à vitesse angulaire scalaire $\Omega = \text{cste}$ autour d'un axe vertical.

- Forces de contraintes :

(10.94)

Les deux autres équations donnent les composantes des forces de contraintes orthogonales au mouvement relatif.



la ligne de couronne et de nodale, on peut la remettre en forme et, comme je le dis, je me cesse de le répéter, je vais le répéter ici, qu'est-ce qu'il faut faire pour la remettre en forme ? On divise par la masse, puis encore un paramètre qui intervient, qui peut être intéressant, on divise par la longueur L , d'accord ? Et si on fait ça, l'équation du mouvement prend la structure suivante. On a $\ddot{\theta}$ point point plus g sur L moins ω carré cosinus θ qui multiplie le sinus de θ qui est égal à zéro. Ça, c'est une équation qui doit vous paraître familière. Rappelez-vous le mouvement de la bille dans l'anneau. Alors si vous prenez un anneau dont le rayon correspond à la longueur du fil, L , vous avez strictement la même équation. Pourquoi ? Parce que quand la bille se déplace dans le plan de l'anneau, elle se trouve à une distance constante du centre de l'anneau, qui est le rayon de l'anneau. Quand elle pendule aussi, elle se trouve à une distance constante du point d'attache, qui est la longueur du fil. D'accord ? et comme l'anneau tourne à vitesse angulaire constante, que la porte tourne à vitesse angulaire constante, on se retrouve avec les mêmes équations dynamiques. D'accord ? Alors, on va en fait... Ah mince, j'avais oublié de le raccorder au secteur, tant pis. Oui, donc maintenant, si on regarde les forces de contrainte, la tension, c'est moins la masse, qui multiplie G cosinus θ plus $L \ddot{\theta}$ point carré plus $L \omega$ carré sinus carré θ fois R chapeau. On a déduit T de la première équation. On sait que la tension T , c'est moins T fois R chapeau. Donc, on trouve cette équation-là. Et la force de réaction normale, c'est moins $2M L \omega \dot{\theta}$ point cosinus θ fois Φ chapeau. Arrêtons-nous un tout petit instant. pour comprendre le

notes

résumé

- Equation du mouvement relatif :

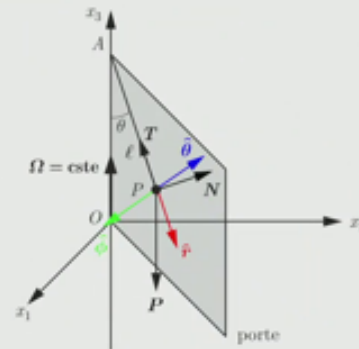
(10.93)

C'est la même équation du mouvement que celle d'une bille dans un anneau de rayon ℓ en rotation à vitesse angulaire scalaire $\Omega = \text{cste}$ autour d'un axe vertical.

- Forces de contraintes :

(10.94)

Les deux autres équations donnent les composantes des forces de contraintes orthogonales au mouvement relatif.



sens physique de ce qu'on vient de trouver. Si vous regardez la valeur de N , que vous la comparez à la force de Coriolis, la différence celle-ci. N est opposée à la force de Coriolis. Que vient donc faire la force de réaction normale ? Elle s'oppose à l'action de la force de Coriolis qui veut faire dévier le pendule du plan vertical d'oscillation de la porte et le contraint à rester dans le plan de la porte. Donc la force de réaction normale compense la force de Coriolis. Ce qui veut dire qu'il n'y a plus que les autres forces qui interviennent dans la description. Et si on prend la tension qui est ici, elle compense quoi ? Elle compense la composante radiale du poids, elle va compenser dans le référentiel, alors là c'en est un autre, dans le référentiel pour le coup relatif du pendule lui-même, elle va compenser la force centrifuge liée à la rotation du pendule dans le plan de la porte, et à la composante radiale de la force centrifuge liée à la rotation de la porte elle-même autour de la charnière. D'accord ? Et ces forces combinées permettront alors d'avoir un mouvement qui a lieu uniquement le long de la ligne de coordonnées nodale. Voilà, on a complètement décortiqué le problème. Cet après-midi, on va revenir sur un problème de système de masse variable, on va prendre la chaînette qui est ici, on va la faire tomber dans le récipient, et on va calculer la valeur du poids apparent comme fonction du temps, c'est un très joli problème, et on reprendra le problème du pendule dans le train, mais maintenant on va le placer sur une voie circulaire, et là on a quasiment toutes les forces d'inertie qui vont intervenir dans la description. Voilà, je vous souhaite un bon appétit, et on se retrouve à 15h.

notes

résumé